

招收硕士学位研究生入学考试

与线性代数试卷

（共 2 页）

2、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx$

$$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$2^{1-p} \leq x^p + (1-x)^p \leq 1$$

$$(0)=0, 0 < f'(x) \leq 1$$

$$z ds$$

和 $z=0$ 围成的四面体的边界曲面。

其中 S 为平面 $x+y+z=1, x=0$ 和 $z=0$ 围成的四面体的边界曲面。

五、（18 分）证明题

1、设 $f(x)$ 对一切 $x \in (-\infty, +\infty)$ 满足等式 $f(x^2) = f(x)$ ，且 $f(x)$ 在 $x=0$ 和 $x=1$ 处连续，证明： $f(x)$ 恒为常数。

2、设恒正数 $\{x_n\}$ 严格单调增加且有界，证明：级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{x_n} - \frac{1}{x_{n+1}})$ 收敛。

六、（12 分）假设 $f(x) = x^2 - x - 7$ ， A 为 n 阶方阵，且 $f(A) = 0$ ，

1、证明 $A+2E$ 可逆，并求 $(A+2E)^{-1}$ （其中 E 为单位矩阵）

2、将矩阵 A 的第 i 列与第 j 列交换得到矩阵 B ，试证矩阵 B 可逆，并求 $B^{-1}A$

七、（12 分）

1、设 $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 2 & x & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 与 $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix}$ 相似，求 x, y 的值。

2、设 A, B 为 n 阶方阵，满足 $ABE = B^{-1}$ ，证明：

$rank(E - AB) + rank(E + AB) = n$ ，其中 E 为单位矩阵， $rank()$ 表示矩阵的秩。

八、（14 分）当参数 a 取何值时下列方程组有唯一解？有无穷多解？无解？当有无穷多解时，请求之。

九、（12 分）设二次型 $f = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_2x_3$

1、用正交变换化二次型 f 为标准型；

2、二次型 f 是否为正定二次型？为什么？

十、（10 分）设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关，向量组 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关，问：

尔的结论；

证明你的结论。