

### 招收硕士学位研究生入学考试

### 与线性代数试卷

(共2页)

2、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx$

$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$

$2^{1-p} \leq x^p + (1-x)^p \leq 1$

$f(0)=0, 0 < f'(x) \leq 1$

zds

和  $z=0$  围成的四面体的边界曲面。

其中  $S$  为平面  $x+y+z=1, x=0$  和  $z=0$  围成的四面体的边界曲面。

#### 五、(18分) 证明题

1、设  $f(x)$  对一切  $x \in (-\infty, +\infty)$  满足等式  $f(x^2) = f(x)$ , 且  $f(x)$  在  $x=0$  和  $x=1$  处连续, 证明:  $f(x)$  恒为常数。

2、设恒正数  $\{x_n\}$  严格单调增加且有界, 证明: 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{x_n} - \frac{1}{x_{n+1}})$  收敛。

#### 六、(12分) 假设 $f(x) = x^2 - x - 7, A$ 为 $n$ 阶方阵, 且 $f(A) = 0$ ,

1、证明  $A+2E$  可逆, 并求  $(A+2E)^{-1}$  (其中  $E$  为单位矩阵)

2、将矩阵  $A$  的第  $i$  列与第  $j$  列交换得到矩阵  $B$ , 试证矩阵  $B$  可逆, 并求  $B^{-1}A$

#### 七、(12分)

1、设  $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 2 & x & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  与  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix}$  相似, 求  $x, y$  的值。

2、设  $A, B$  为  $n$  阶方阵, 满足  $ABE = B^{-1}$ , 证明:

$rank(E-AB) + rank(E+AB) = n$ , 其中  $E$  为单位矩阵,  $rank()$  表示矩阵的秩。

八、(14分) 当参数  $a$  取何值时下列方程组有唯一解? 有无穷多解? 无解? 当有无穷多解时, 请求之。

九、(12分) 设二次型  $f = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_2x_3$

1、用正交变换化二次型  $f$  为标准型;

2、二次型  $f$  是否为正定二次型? 为什么?

十、(10分) 设向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性相关, 向量组  $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  线性无关, 问:

尔的结论:

证明你的结论。