科目代码：311 请在答题纸（本）上做题，在此试卷或草稿纸上做题无效！

山东科技大学 2006 年招收硕士学位研究生入学考试

数学（单）试卷

（共 4 页）

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、填空题（每小题 5 分，共 35 分）

1、设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{\sin 2x}-e^{\sin x}}{x}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处边续，则 a=_________.

2、设函数 y=y(x)由方程 2^{xy}=x+y 所确定，则 $dy\big|_{x=0}=$__________.

3、$\int_{-1}^{1}\dfrac{x^2\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx=$____________.

4、已知 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}1n(\sin x)dx=-\dfrac{\pi}{2}1n2$, 则 $\int_0^{\frac{\pi}{4}}1n(\sin x)+1n(\cos x)dx=$_____________.

5、由曲线 $\begin{cases}3x^2+2y^2=12\\ z=0\end{cases}$ 绕 y 轴旋转一周所得到的旋转曲面在点（$0,\sqrt{3},\sqrt{2}$）指向外侧的单位法向量为_________.

6、若 $\vec{A}=(x^3y,x^2+\sin z,e^{xyz})$, 则 $div\vec{A}=$______________.

7、设 $f(x)=\begin{cases}-x^2-2x,-2\le x\langle 0\\ (x-1)^2+1,0\le x\le 2\end{cases}$ 则 f(x)的以 4 为周期的傅里叶级数的和函数 s(x)在 $[-2,2]$ 上的表达式为______________.

二、选择题（第小题 5 分，共 35 分）

1、$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}e^{\frac{1}{x-1}}=$[ ].

(A) 等于 2　　(B) 等于 0

(C) 为 ∞　　(D) 不存在但不是无穷大

2、若 f（x）为可导函数，且满足 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(1)-f(1-x)}{2x}=-1$，则曲线 y=f(x)在点（1,f(1)）处的切线斜率为[ ].

(A) 2　　(B) -2　　(C) $\frac{1}{2}$　　(D) -1

3、设（x_0, y_0）是函数 f(x, y)定义域内的一点，则下列命题中一定正确的是[ ]

(A) 若 f(x, y)在点（x_0, y_0）连续，则 f(x, y)在点（x_0, y_0）可导.

(B) 若 f(x, y)在点（x_0, y_0）的两个偏导数都存在，则 f(x, y)在点（x_0, y_0）连续.

(C) 若 f(x, y)在点（x_0, y_0）可微，则 f(x, y)在点（x_0, y_0）连续.

(D) 若 f(x, y)在点（x_0, y_0）的两个偏导数都存在，则 f(x, y)在点（x_0, y_0）可微.

4、设 f(x, y)二阶连续可导，z=f(x, xy)，记 v=xy，则下列结论正确的是[　　].

(A) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+y\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial v}$.

(B) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+2y\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial v}$

(C) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+2y\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial v}+y\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}$

(D) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+2y\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial v}+y^2\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}$

5、L 是绕原点一周的闭曲线，逆时针为正方向，则 $\oint_L \frac{xdy-ydx}{x^2+y^2}=$[　　].

(A) 0　　(B) π　　(C) 2π　　(D) 3π

6、设 $0<a_n<\frac{1}{n}$ (n=1,2,3…)，则下列级数中肯定收敛的是[　　].

(A) $\sum_{n=2}^{\infty} a_n^2 \ln n$　　(B) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}a_n$　　(C) $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{a_n}$　　(D) $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$

7、设 L 是从 A（1,0）到 B（-1,2）的直线段，则曲线积分 $\int_L (x+y)ds=$[　　].

(A) $\sqrt{2}$　　(B) $2\sqrt{2}$　　(C) 2　　(D) 0

三、计算下列各题（每小题 8 分，共 32 分）

1、$\int \frac{\arcsin e^x}{e^x}dx$

2、$\int_1^2 dx\int_{\sqrt{x}}^{x}\sin\frac{\pi x}{2y}dy+\int_2^4 dx\int_{\sqrt{x}}^{2}\sin\frac{\pi x}{2y}dy$

3、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n x^n}{\sqrt{n^2+1}}$ 收敛域。

4、求 $\iint_{\Sigma}(8y+1)xdydz+2(1-y^2)dzdx-4yzdxdy$, 其中 $\sum$ 是由曲线

$$\begin{cases} z=\sqrt{y-1} \\ x=0 \end{cases}，（1\leqslant y\leqslant 3）$$

绕 y 轴旋转一周所成的曲面，它的法向量与 y 轴正向夹角恒大于 $\frac{\pi}{2}$。

四、解下列各题（每小题 8 分，共 32 分）:

1、设 f(x)满足 $3f(x)-f(\frac{1}{x})=\frac{1}{x}, x\neq 0$, 求 f(x)的极大值。

2、已知 f(x)连续，$\int_0^x tf(x-t)dt=1-\cos x$,求$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$的值。

3、求微分方程 $y'=\dfrac{1}{y(2x+y^2)}$ 的通解。

4、在运动场上，已知甲在乙的正东方一个单位处以速度 V_0 向正北方向奔跑时，乙以速度 $2V_0$ 始终朝向甲追赶，求乙的运动路线所满足的微分方程初始值问题。

五、(8 分) 设 f(x)在[a, b]上二阶可导，f(a)>0,f(b)>0,$\int_a^b f(x)dx=0$ 证明:存在$\xi\in(a,b)$,

使 $f''(\xi)>0$。

六、(8 分) 设$\sum$为椭球面$\dfrac{x^2}{2}+y^2+z^2=1$的上半部分，点 P (x, y, z) $\in\sum$,π为$\sum$在

P (x, y, z) 点的切平面，$\rho(x,y,z)$为点 O (0,0,0) 到平面π的距离，求$\iint\limits_{\sum}\dfrac{z}{\rho(x,y,z)}ds$。