

科目代码: 411 请在答题纸(本)上做题, 在此试卷或草稿纸上做题无效!

山东科技大学 2007 年招收硕士学位研究生入学考试

线性代数试卷

一、(16 分, 每小题 8 分) 计算下列行列式:

$$(1) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix}; \quad (2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$$

二、(16 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \lambda & 1 \end{pmatrix}$, 求 A^2, A^3, \dots, A^k 。

三、(20 分, 每小题 10 分) 设 n 阶矩阵 A 的伴随矩阵为 A^*

证明: (1) 若 $|A|=0$, 则 $|A^*|=0$; (2) $|A^*|=|A|^{n-1}$ 。

四、(18 分) 求一个齐次线性方程组, 使它的基础解系为

$$\xi_1 = (0, 1, 2, 3)^T, \quad \xi_2 = (3, 2, 1, 0)^T$$

五、(20 分) 设 $b_1 = a_1, b_2 = a_1 + a_2, \dots, b_r = a_1 + a_2 + \dots + a_r$ 且向量组 a_1, a_2, \dots, a_r 线性无关, 证明向量组 b_1, b_2, \dots, b_r 线性无关。

六、(20 分) 设一方程组为
$$\left. \begin{aligned} (2-\lambda)x_1 + 2x_2 - 2x_3 &= 1 \\ 2x_1 + (5-\lambda)x_2 - 4x_3 &= 2 \\ -2x_1 - 4x_2 + (5-\lambda)x_3 &= -\lambda - 1 \end{aligned} \right\}$$
 问 λ 为何值时,

此方程组有只唯一解、无解、有无穷多解? 并在有无穷多解时求解。

七、(20 分) 求矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量, 并说明它们的特征

向量是否正交?

八、(20 分) 试求一个正交的相似变换矩阵, 将对称矩阵

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$
 化为对角矩阵。

