科目代码：611　　请在签题纸（本）上做题，在此试卷或草稿纸上做题无效！

山东科技大学 2007 年招收硕士学位研究生入学考试

数学（单）试卷

题号	一	二	三	四	五	六	总得分
得分							

一、填空题（每小题 4 分，共 24 分）

（1）设 $X_n=\sqrt{3+x_{n-1}}\,(n=1,2,3,\ldots),x_0=0$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=$________

（2）设非负函数 y=y(x)由方程 $e^{xy^2}=x^2+y^2$ 所确定，则 dy________

（3）设 $\int xf(x)dx=\arcsin x+C$, 则 $\int\dfrac{1}{f(x)}dx=$________

（4）$u=xf(x,\dfrac{y}{x})$, 其中 $f(x,y)$ 有连续的二阶偏导数，则 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=$________

（5）$I=\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{2x-x^2}}\int(x,y)dy+\int_1^2 dx\int_0^{2-x}\int(x,y)dy$, 更换积分次序后为 $I=$________

（6）数项级数 $\sum\limits_{n=0}^{+\infty}\dfrac{(-1)^n}{(2n)!}$ 的和为________

二、选择题（每小题 5 分，共 40 分）

（1）设 $f(x)=\begin{cases}x+1,x\geq 0\\ \dfrac{1}{2}e^{-x}+\dfrac{1}{2},x\prec 0,\end{cases}$ 则，$f(x)$ 的一个原函数是

（A）$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}x^2+x,x\geq 0\\ -\dfrac{1}{2}e^{-x},x<0\end{cases}$　　（B）$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}x^2+x-\dfrac{1}{2},x\geq 0\\ -\dfrac{1}{2}e^{-x}+\dfrac{1}{2}x,x<0\end{cases}$

（C）$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}x^2+x,x\geq 0\\ -\dfrac{1}{2}e^{-x}-\dfrac{1}{2},x<0\end{cases}$　　（D）$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}x^2+x+\dfrac{1}{2},x\geq 0\\ -\dfrac{1}{2}e^{-x}+\dfrac{1}{2}x,x<0\end{cases}$

（　　）

（2）设 $f(x)=\int_0^{5x}\dfrac{\sin t}{t}dt,\varphi(x)=\int_0^{\sin x}(1+t)^{\frac{1}{t}}dt$. 当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 是 $\varphi(x)$ 的

（A）高阶无穷小　　（B）低阶无穷小

（C）同阶但不等价的无穷小　　（D）等价无穷小

（　　）

（3）已知$\left|\vec{a}\right|=1,\left|\vec{b}\right|=2,$且$\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{2},$则$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|$的值等于

（A）$\sqrt{2}$　　（B）2　　（C）$2\sqrt{2}$　　（D）1　　（　　）

（4）两直线$L_1:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z+8}{-1}$与$L_2:\begin{cases}x-y=6\\2y+z=3\end{cases}$的夹角大小为

（A）$\dfrac{2\pi}{3}$　　（B）$\dfrac{\pi}{3}$　　（C）$\dfrac{\pi}{6}$　　（D）$-\dfrac{\pi}{3}$　　（　　）

（5）已知$f(x,y)$在点(0,0)的某邻域内连续，且$\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{f(x,y)-xy}{(x^2+y^2)^2}=1,$则

（A）点(0,0)是$f(x,y)$的极小值点。

（B）点(0,0)是$f(x,y)$的极大值点。

（C）无法判断点(0,0)是否为$f(x,y)$的极值点。

（D）点(0,0)不是$f(x,y)$的极值点。　　（　　）

（6）设D是xoy面上以(1,1)、(-1,1)和(-1,-1)为顶点的三角形区域，D_1是D的第一象限的部分，且$f(x,y)=xy+\iint\limits_D f(x,y)dxdy,$则

（A）$\iint\limits_D f(x,y)dxdy=\iint\limits_{D_1} f(x,y)dxdy$

（B）$\iint\limits_D f(x,y)dxdy=2\iint\limits_{D_1} f(x,y)dxdy$

（C）$\iint\limits_D f(x,y)dxdy=2\iint\limits_{D_1} f(y,x)dxdy$

（D）$\iint\limits_D f(x,y)dxdy=\iint\limits_{D_1} (y,x)dxdy$　　（　　）

（7）若$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$、$\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$都发散，则

（A）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)$发散。　　（B）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_nv_n$发散。

（C）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(|u_n|+|v_n|)$发散　　（D）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n^2+v_n^2)$发散　　（　　）

（8）微分方程 $y'' - y = e^x + 1$ 的一个特解应具有形式

（A）$axe^x + b$　　（B）$axe^x + bx$　　（C）$ae^x + bx$　　（D）$ae^x + b$

三、解答题（每小题 8 分，共 16 分）

（1）比较 $\int_0^{\pi} e^{-x2}\cos^2 xdx$ 与 $\int_{\pi}^{2\pi} e^{-x2}\cos^2 xdx$ 的大小

（2）设

$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有定义，且 $f^1(1) = a(a \neq 0)$, 又对 $\forall x, y \in (0,+\infty), ef(xy) = f(x) + f(y)$, 求 $f(x)$.

四、计算题（每小题 10 分，共 40 分）

（1）计算 $\int_L x^2 ds$，其中 L 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 与平面 $x + y + z - = 0$ 的交线。

（2）求 $\iint_{\Sigma} \frac{ds}{x^2 + y^2 + z^2}$, 其中 Σ 为柱面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 介于 Z=0 与 Z=H 间的部分。

（3）计算 $I = \iint_{\Sigma} (2x + z)dydz + zdxdy$, 其中 Σ 为旋转抛物面 $z = x^2 + y^2$ 介于 $0 \le z \le 1$ 间的部分，其法向量与 Z 轴下向成锐角。

（4）设 $\bar{n}$ 是曲面 $xyz + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{2}$ 在 P(1,0,-1) 处指向外侧的法矢量，求 $u = lu(x^2 + y^2 + z^2)$ 在 P 点处沿 $\bar{n}$ 方向的方向导数：并求 $div(gradu)$

五、证明题（本题 10 分）

设 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 1$, 且 $f''(x) > 0$，证明 $f(x) \ge x$.

六、应用题（每小题 10 分，共 20 分）

（1）一容器在开始时盛有水 100 升，其中含净盐 10 公斤，然后以每分钟 3 升的注率注入清水，同量又以每分钟 2 升的速率将冲淡的溶液放出。容器中装有搅拌器使溶液保持均匀，求过程开始后 1 小时溶液的含盐量

（2）在变力 $\vec{F} = yz\vec{i} + zx\vec{j}\_xy\vec{k}$ 的作用下，质点由原点沿直线运动到椭球面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 上第一卦限的点 $M(\xi,\eta,\zeta)$，问 ξ,η,ζ 取何值时，$\vec{F}$ 所作的功 W 最大？并求出 W 的最大值。