

一、(15 分) 某造船厂根据合同从当年起连续三年各提供四条规格相同的大型客货轮。已知该厂这三年内生产大型客货轮的能力及每艘客货轮成本如下表 1 所示。

表 1 造船厂三年内生产大型客货轮的能力及每艘客货轮成本

年度	正常生产时间内可完成的客货轮数/艘	加班生产时间内可完成的客货轮数/艘	正常生产时每艘成本/万元
1	3	3	500
2	5	2	600
3	2	3	500

已知加班生产时，每艘客货轮成本比正常时高出 60 万元；又知造出来的客货轮若当年不交货，每艘每积压一年造成的损失为 30 万元。在签订合同时，该厂已积压了两艘未交货的客货轮，而该厂希望在第三年末完成合同还能储存一艘备用。问该厂如何安排每年客货轮的生产量，能够在满足上述各项要求的情况下总的生产费用最少？试建立线性规划模型，不求解。

二、(20 分) 某工厂生产过程中需要长度为 3.1m, 2.5m 和 1.7m 的同种棒料毛坯分别为 200 根, 100 根和 300 根。现有的原料为 9m 长棒材，问如何下料可使废料最少？试建立线性规划模型，不求解。

三、(25 分) 某厂有 100 台机床，能够加工两种零件，要安排下面 4 个月的任务，根据以往经验，知道这些机床用来加工第一种零件，一个月以后损坏率为 $1/3$ 。而在加工第二种零件时，一个月后损坏率为 $1/10$ 。又知道，机床加工第一种零件时一个月的收益为 10 万美元，加工第二种零件时每个月的收益为 7 万美元。现在要安排 4 个月的任务，试问：怎样分配机器的任务，能使总收益为最大？

四、(20 分) 设有三种资源，每单位的成本分别为 a, b, c 。给定的利润函数为 $r_i(x_i, y_i, z_i), (i=1, 2, \dots, n)$ ，现有资金为 w ，应购买各种资源多少单位分配给 n 个行业，才能使总利润最大。试给出动态规划的公式，并列出它的一维递推关系式。

五、(20 分) 已知下列资料，如下表 1 所示。

表 1

工序	紧前工序	工序时间	工序	紧前工序	工序时间	工序	紧前工序	工序时间
a	—	60	g	b, c	7	m	j, k	5
b	a	14	h	e, f	12	n	i, l	15
c	a	20	i	f	60	o	n	2
d	a	30	j	d, g	10	p	m	7
e	a	21	k	h	25	q	o, p	5
f	a	10	l	j, k	10			

要求：(1) 绘制网络图；

(2) 计算各项时间参数；

(3) 确定关键路线。

六、(10 分) 用外点法求解非线性规划

$$\begin{aligned}\min f(x_1, x_2) &= (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \\ x_2 &\geq 1\end{aligned}$$

七、(10 分) 设线性规划问题 1 为

$$\begin{aligned}\max z_1 &= \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, & (i=1, 2, \dots, m) \\ x_j \geq 0, & (j=1, 2, \dots, n) \end{cases}\end{aligned}$$

(y_1^*, \dots, y_m^*) 是其对偶问题的最优解。

又线性规划问题 2 为

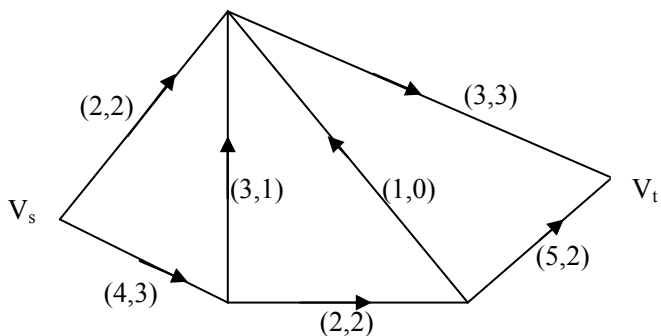
$$\begin{aligned}\max z_2 &= \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i + k_i, & (i=1, 2, \dots, m) \\ x_j \geq 0, & (j=1, 2, \dots, n) \end{cases}\end{aligned}$$

其中 k_i 是给定的常数。

$$\text{求证: } \max z_2 \leq \max z_1 + \sum_{i=1}^m k_i y_i^*$$

八、(10 分) 在如下图所示的网络中, 每弧旁的数字是 (c_{ij}, f_{ij}) 。

- (1) 确定所有的截集;
- (2) 求最小截集的容量;
- (3) 试求该网络的最大流。



九、(20 分) 已知某配送车为了配送某种货物, 由某城市①出发, 经过②、③、④城市一次, 且仅一次, 最后仍回到原出发的城市, 各城市间的距离如下表 2 所示, 问该配送车应如何选择行车路线, 能使总的行程最短?

表 2

<div style="text-align: center;"> V_j 距离 V_i </div>	①	②	③	④
①	0	6	7	9
②	8	0	9	7
③	5	8	0	8
④	6	5	5	0