一、回答问题（共 24 分）

1、试简要扼说明《弹性力学》与《材料力学》和《结构力学》研究内容和研究方法的区别和联系。（8 分）

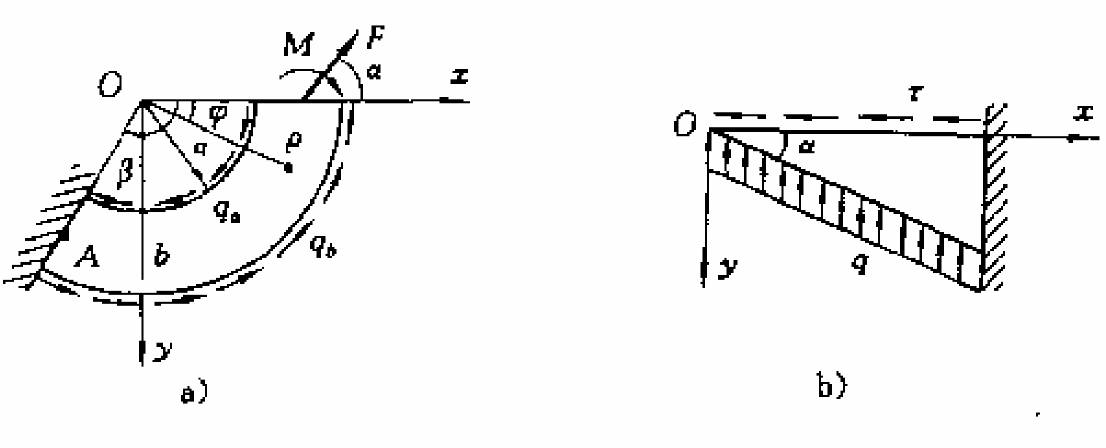
2、为什么说，当边界条件相同时，将平面应力问题的解答转换成平面应变问题的解答时，只要将其中的弹性常数 E 和 μ 分别变换为 $\dfrac{E}{1-\mu^2}$ 和 $\dfrac{\mu}{1-\mu}$？（8 分）

3、试说明空间一点应力状态各分量的正、负方向表示方式并用图表示，然后在此基础上推出切应力（又称剪应力）互等关系。（8 分）

二、写出下列两平面物体的应力边界条件，固定端不必写。（共 20 分）

1、用极坐标形式写出如图 a) 所示的曲梁应力边界条件，其中曲梁上端部 $\rho=\dfrac{a+b}{2}$ 处（$a,b>>b-a$）作用有集中力 F 和力矩 M，在 $\rho=a$ 和 $\rho=b$ 的边界上作用有切应力 q_a 和 q_b。（10 分）

2、用直角坐标形式写出如图 b) 所示的楔形悬壁梁应力边界条件。（10 分）



第二题　图

三、设物体变形时产生的应变分量为

$$\varepsilon_x=A_0+A_1(x^2+y^2)+x^4+y^4,\qquad \varepsilon_y=B_0+B_1(x^2+y^2)+x^4+y^4$$

$$\gamma_{xy}=C_0+C_1xy(x^2+y^2+C_2),\qquad \varepsilon_z=\gamma_{zx}=\gamma_{zy}=0.$$

试确定系数之间应满足的关系。（10 分）

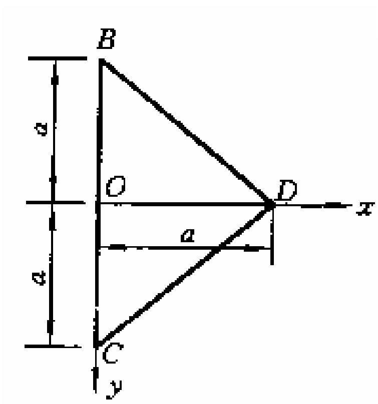
四、已知一平面问题的应力函数为 $\varphi=A(xy^2+x^3)$ 试画出如图所示三角形薄板上

的面力(不计体力，系数 A>0)。(21 分)

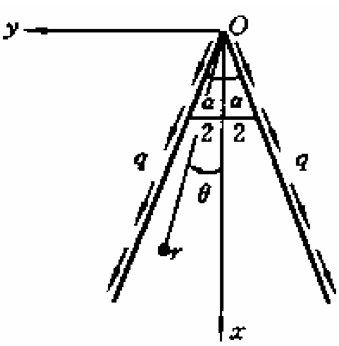
五、无限长楔形体，如图所示，两侧面作用均匀分布力 q，不计体力，已知 $\varphi=\rho^2(A\cos 2\theta+D)$，试验证 φ 可作为本问题的应力函数，由边界条件确定常数 A、D 并求出应力分量。(20 分)

提示：1. 相容方程：$(\frac{\partial^2}{\partial^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2})^2\varphi=0$；2. 应力分量：

$$\sigma_\theta=\frac{\partial^2\varphi}{\partial^2\rho} \qquad \sigma_\rho=\frac{1}{\rho}\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2} \qquad \tau_{\rho\theta}=-\frac{\partial}{\partial\rho}(\frac{1}{\rho}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta})$$



第四题图



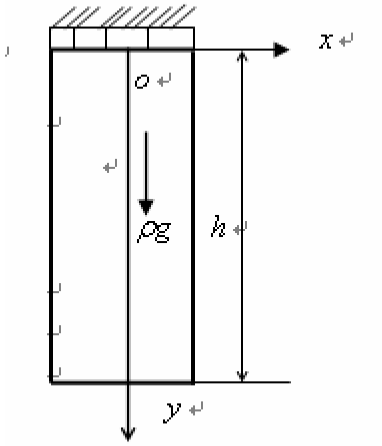
第五题图

六、已知应变分量为 $\varepsilon_x=Axy \quad \varepsilon_y=By^3 \quad \gamma_{xy}=C-Dy^2 \quad \varepsilon_z=\gamma_{zx}=\gamma_{yz}=0$

式中， 、 、C、D 为正系数。试验证该应变状态是否满足变形协调方程？并求出该应变状态下的应力分量和体力分量

七、证明 $\frac{\partial U}{\partial\sigma_x}=\varepsilon_x$，$\frac{\partial U}{\partial\sigma_y}=\varepsilon_y$，$\frac{\partial U}{\partial\gamma_{xy}}=\tau_{xy}$。其中：U 为弹性体的形变势能密度。(15 分)

八、如图所示为一上端固定、下端为自由的杆件，受重力：$f_x=0$、$f_y=\rho g$ 作用。设 $u=0$，泊松比 $\mu=0$。试试按位移法求出杆内应力。



第八题图

提示：平面应力问题时，用位移表示的 x 轴方向平衡条件为：

$$\frac{E}{1-\mu^2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{1-\mu}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{1+\mu}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}\right)+f_x=0$$

$$v=v(y)$$

九、已知一点的应力状态为 $\tau_{xy}=\tau_{yz}=\tau_{xz}=\tau$ ，其它分量为零。试求该点的主应力。(15 分)