

聊城大学

2008 年硕士研究生入学考试初试试题

学科专业名称: 物理电子学、计算机软件与理论、自然地理学

考试科目名称: 高等数学 (A) 卷

注意事项: 1、本试题共 8 道大题 (共 11 个小题), 满分 150 分。

2、本卷为试题, 答题另有答题纸。答案一律写在答题纸上, 写在该试题纸上或草稿纸上无效。要注意试卷清洁, 不要在试卷上涂划。

3、答题必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写, 其它均无效。

4、特殊要求携带的用具请注明, 没有特殊要求填“无”。

无

一、(每题 10 分, 共 20 分)

1、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \tan x} \right)$

2、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\int_0^x e^{t^2} dt \right)^2}{\int_0^x t e^{2t^2} dt}$

二、(每题 10 分, 共 20 分)

1、在什么条件下,
$$f(x) = \begin{cases} x^n \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}, (n \text{ 为自然数})$$

(1) 在 $x=0$ 处连续;

(2) 在 $x=0$ 处可导.

2、设 $u = f(x, y, z)$ 有连续偏导数, $y = y(x)$ 和 $z = z(x)$ 分别由方程 $e^y - y = 0$

和 $e^z - xz = 0$ 确定, 求 $\frac{du}{dx}$.

三、(每题 10 分, 共 20 分)

1、计算不定积分 $\int \frac{\arctan e^x}{e^{2x}} dx$

2、计算二重积分 $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, 且其中 D 是直线 $y=2, y=x$ 和双曲线 $xy=1$ 围成的平面区域.

域.

四、(20 分)

求函数 $y = (x-1)e^{\frac{\pi}{2} + \arctan x}$ 的单调区间与极值, 并求函数图形的渐近线.

五、(20 分)

设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导. 且 $f(0) = f(1) = 0, f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$

证明:

1、存在 $\eta \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$, 使 $f(\eta) = \eta$;

2、对任意实数 λ , 必存在 $\xi \in (0, \eta)$, 使得 $f'(\xi) - \lambda[f(\xi) - \xi] = 1$

六、(15 分)

设行列式 $D = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & -7 & 0 & 0 \\ 5 & -3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$

求第 4 行元素余子式之和的值

七、(15 分)

设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ 的秩分别为 r_1, r_2, r_3 . 证明:

$$\max(r_1, r_2) \leq r_3 \leq r_1 + r_2$$

八、(20 分)

讨论 a, b 取什么值时下列方程组有解, 并求解.

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + bx_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2bx_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$