

聊城大学

2009 年硕士研究生入学考试初试试题

考试科目	[360] 高等数学	B 卷
专业名称	物理电子学 计算机软件与理论	
注意事项: 1、本试题共 12 道大题 (共 13 个小题), 满分 150 分。 2、本卷为试题, 答题另有答题纸。答案一律写在答题纸上, 写在该试题纸上或草稿纸上无效。 要注意试卷清洁, 不要在试卷上涂划。 3、答题必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写, 其它均无效。 4、特殊要求携带的用具请注明, 没有特殊要求填“无”。_____ 无		
1. (10 分) 计算 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[x - x^2 \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \right]$.		
2. (10 分) 计算 $I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx$.		
3. (10 分) 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上连续, $f(x) > 0$, 证明: 存在唯一的 $a \in (0, 1)$, 使得 $\int_0^a f(t) dt = \int_a^1 \frac{1}{f(t)} dt$.		
4. (10 分) 由拉格朗日中值定理, 对任意的 $x > 0$, 存在 $\theta \in (0, 1)$, 使得 $\ln(1+x) = \ln(1+x) - \ln(1+0) = \frac{x}{1+\theta x}$, 证明: $\lim_{x \rightarrow 0} \theta = \frac{1}{2}$.		
5. (20 分) (1) 求由方程 $x + y + z = e^{x+y+z}$ 所确定的函数 $z = z(x, y)$ 的一阶偏导数. (2) 求由方程 $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 1$ 所确定的函数 $z = z(x, y)$ 的二阶偏导数.		
6. (10 分) 设半径为 1 的球, 正好有一半沉入水中, 球的密度为 1. 现将球从水中取出, 问需要做多少功?		
7. (10 分) 计算 $I = \int_0^1 dy \int_y^1 \frac{y}{\sqrt{1+x^3}} dx$.		
8. (10 分) 已知方程 $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = \arctan \frac{y}{x}$, 求 $\frac{dy}{dx}$.		
9. (15 分) 计算下列行列式		
$\begin{vmatrix} x & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & 1 \\ a_1 & x & a_2 & \cdots & a_{n-1} & 1 \\ a_1 & a_2 & x & \cdots & a_{n-1} & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & x & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n & 1 \end{vmatrix}$		
第 1 页 (共 2 页)		

10. (15 分) 设 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_t$ 是某一非齐次线性方程组的解, 证明: $a_1\eta_1 + a_2\eta_2 + \dots + a_t\eta_t$ 也是该非齐次线性方程组的解的充要条件是 $a_1 + a_2 + \dots + a_t = 1$.

11. (15 分) a 取何值时下列方程组有解? 并求其解.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = a \\ ax_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + ax_3 = 1 \end{cases}$$

12. (15 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} a & -1 & c \\ 5 & b & 3 \\ 1-c & 0 & -a \end{pmatrix}$ 的行列式为 -1, 而其伴随矩阵 A^* 有特征值 λ_0 , A^*

对应于 λ_0 的特征向量 $\alpha = (-1, -1, 1)^T$, 求 a, b, c 及 λ_0 .