

聊城大学

2009 年硕士研究生入学考试初试试题

学科专业名称: 量子力学

考试科目名称: 凝聚态物理、光学、物理电子学 (A) 卷

注意事项: 1、本试题共 六 道大题 (共 个小题), 满分 150 分。

2、本卷为试题, 答题另有答题纸。答案一律写在答题纸上, 写在该试题纸上或草稿纸上无效。要注意试卷清洁, 不要在试卷上涂划。

3、答题必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写, 其它均无效。

4、特殊要求携带的用具请注明, 没有特殊要求填“无”。

无

一、(20 分) 1800 个电子经 1000 伏电势差加速后从 $x = -\infty$ 处射向势阶

$$V(x) = \begin{cases} V_0, & x < 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$$

其中 $V_0 = 750\text{eV}$ 。问在 $x = \infty$ 处能观察到多少个电子?

二、(20 分) 厄密算符 \hat{A} 与 \hat{B} 满足 $\hat{A}^2 + \hat{B}^2 = 1$, 且 $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = 0$ 。求

1、在 A 表象中算符 \hat{A} 与 \hat{B} 的矩阵表示;

2、在 A 表象中算符 \hat{B} 的本征值和本征态矢。

三、(25 分) 在 $t = 0$ 时, 氢原子的波函数为

$\psi(\vec{r}, 0) = A(2\psi_{100} + \psi_{210} + \psi_{211} + \sqrt{3}\psi_{21-1})$, 式中, ψ_{nlm} 是氢原子的归一化能量本征态。

1、求归一化系数 A;

2、求 $t = 0$ 时该体系的平均能量;

3、在 $t = 0$ 时, \vec{L}^2 和 L_z 的可能测量值及相应的几率是多少? 平均值是多少?

4、写出任意 t 时刻的体系波函数 $\psi(\vec{r}, t)$ 。

四、证明题 (每小题 15 分, 共 30 分)

1、1、设 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n, \dots$ 是厄密算符 \hat{F} 的本征函数, 它们所属的本征值为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \dots$, 都不相等。证明: 当 $k \neq l$ 时, $\int \phi_k^* \phi_l d\tau = 0$

2、用数学归纳法证明: $[x, \hat{p}_x^n] = i\hbar n \hat{p}_x^{n-1}$

五、(25 分) 已知在 H_0 表象中, 体系的哈密顿量为

$$H = \begin{pmatrix} 1 & c & 0 \\ c & 2 & 0 \\ 0 & 0 & c-2 \end{pmatrix} \quad \text{其中 } c \ll 1。$$

1、用微扰理论求体系的能量本征值 (准确到二级);

2、严格求解 (即求 H 的精确本征值), 并与微扰论求得的结果进行比较。

六、(30 分) 体系由两个自旋 $s=1/2$ 非全同粒子组成, 粒子之间的相互作用为 $A\hat{S}_1 \cdot \hat{S}_2$, 其中 A 为常数。设 $t=0$ 时, 粒子 1 的自旋指向 Z 轴正方向, 粒子 2 的自旋指向 Z 轴负方向。求:

1、在任意 t 时刻测量粒子 1 的自旋处于 z 轴正方向的几率是多少?

2、在任意 t 时刻测量粒子 1 与 2 的自旋均处于 z 轴正方向的几率是多少?