

聊城大学 2010 年硕士研究生入学考试初试试题

考试科目	[360]高等数学	A 卷
适用专业	物理电子学 计算机软件与理论	
<p>注意事项: 1、本试题共 7 道大题(共 11 个小题), 满分 150 分。 2、本卷为试题, 答题另有答题纸。答案一律写在答题纸上, 写在该试题纸上或草稿纸上无效。 3、答题必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写, 其它均无效。 4、特殊要求携带的用具请注明, 没有特殊要求填“无” 无</p>		
一、(每题 10 分, 共 20 分)		
1、求极限	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{2x}}{\sqrt{1+x} - 1}$	
2、求极限	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (1 - \cos t^2) dt}{x^5}$	
二、(每题 10 分, 共 20 分)		
1、讨论函数	$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2}(1 - \cos x), & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ \frac{1}{x} \int_0^x \cos t^2 dt, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处的连续性和可导性。	
2、设由方程	$y = 2x \arctan \frac{y}{x}$ 确定函数 $y = y(x)$, 求 y', y'' 。	
三、(每题 10 分, 共 20 分)		
1、设函数	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}(2+x)}, & x \geq 1 \\ \frac{x}{1+x^2}, & x < 1 \end{cases}$, 求 $\int_0^1 f(x-2) dx$ 。	
2、计算	$\iint_D xy d\sigma$, 其中 D 是由抛物线 $y^2 = x$ 及直线 $y = x - 2$ 所围成的闭区域。	
四、(20 分) 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 又 $f(1) = 2 \int_0^1 f(x) dx$. 证明: 存在		

$\xi \in (0,1)$, 使得 $f'(\xi) = 0$.

五、(20分) 确定 a 使得曲线 $y = a(1-x^2)$ ($a > 0$) 和它在点 $(-1,0)$ 以及点 $(1,0)$ 处的两条法线所围成图形的面积最小。

六、(20分) 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & b_1 & & \\ -1 & 1-b_1 & b_2 & \\ & -1 & 1-b_2 & b_3 \\ & & -1 & 1-b_3 \end{vmatrix}$

七、(30分) 设 $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

1、求矩阵 A 的特征值；

2、利用 (1) 的结果，求矩阵 $E + A^{-1}$ 的特征值，其中 E 是三阶单位矩阵。