

聊城大学 2011 年硕士研究生入学考试初试试题

考试科目: 601 高等数学

A 卷

适用专业: 物理电子学 计算机科学与技术

注意事项: 1、本试题共 11 道大题, 共 11 个小题, 满分 150 分。

2、本卷为试题, 各题另有答题纸, 答案一律写在答题纸上, 写在该试题纸或草稿纸上无效。

3、答题必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写, 其它均无效。

4、特殊要求携带的文具请注明, 没有特殊要求填“无” 无

1、(10 分) 计算 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sin x)^{\frac{1}{x}}$ (K 为常数)。2、(10 分) 设 $Z = \arctan \frac{x}{y}$, 而 $x = u+v$, $y = u-v$,

$$\text{证明 } \frac{\partial z}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{u-v}{u^2+v^2}.$$

3、(10 分) 已知 $f(x)$ 是连续函数且满足方程 $f(x) = 3x - \sqrt{1-x^2} \int_0^x f^2(x) dx$,
求 $f(x)$ 。4、(10 分) 证明对一切 $h > -1$, $h \neq 0$ 成立不等式 $\frac{h}{1-h} < \ln(1-h) < h$ 。5、(20 分) 若 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 证明

$$(1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) dx;$$

$$(2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx, \text{ 由此计算 } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx.$$

6、(15 分) 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} x dx dy dz$, 其中 Ω 为三个坐标面及平面 $x+2y+z=1$ 所围成的闭区域。7、(15 分) 计算 $\oint_L \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2}$, 其中 L 为一条无重点、分段光滑且不经过原点的连续闭曲线, L 的方向为逆时针方向。8、(15 分) 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$ 。9、(15 分) 设方阵 A 满足 $A^2 - A - 2E = 0$, 证明 A 及 $A+2E$ 都可逆, 并求 A^{-1} 及 $(A+2E)^{-1}$ 。10、(20 分) 已知四阶方阵 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 均为四维列向量, 其中 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关, $\alpha_1 = 2\alpha_2 - \alpha_3$, 如果 $\beta = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4$,
求线性方程组 $Ax = \beta$ 的通解。11、(10 分) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 为一个向量组, 且 $\alpha_i \neq 0$ 每一个向量 $\alpha_i (i > 1)$ 都不能由 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{i-1}$ 线性表示, 证明 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性无关。