

聊城大学 2012 年硕士研究生入学考试初试试题

考试科目	量子力学	B 卷
适用专业	凝聚态物理 光学 物理电子学 原子与分子物理	

- 注意事项: 1、本试题共 六 道大题 (共 个小题), 满分 150 分。
 2、本卷为试题, 答题另有答题纸。答案一律写在答题纸上, 写在该试题纸上或草稿纸上无效。
 3、答题必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写, 其它均无效。
 4、特殊要求携带的用具请注明, 没有特殊要求填“无”。 无

一、(25 分) 设氢原子处于状态

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} R_{21}(r) Y_{10}(\theta, \varphi) - \frac{1}{2} R_{31}(r) Y_{10}(\theta, \varphi) - \frac{1}{\sqrt{2}} R_{21}(r) Y_{1-1}(\theta, \varphi),$$

求氢原子能量、角动量平方及角动量 z 分量的可能取值与相应的取值几率, 进而求出这些力学量的平均值。

二、(25 分) 质量为 μ 的粒子处于一维势场

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x \geq a \\ 0, & 0 < x < a \\ \infty, & x = 0 \\ 0, & -a < x < 0 \\ \infty, & x \leq -a \end{cases}$$

中, 求定态能量 E 与波函数 $\psi(x)$ 。

三、证明题 (每小题 15 分, 共 30 分)

1、证明 $[x^n, \hat{p}_x] = i\hbar n x^{n-1}$ 。

2、证明从单粒子薛定谔方程得出的粒子速度场是无旋的, 即求证 $\nabla \times \vec{v} = 0$, 其中, $\vec{v} = \vec{j} / \rho$, ρ 为几率 (概率) 密度, \vec{j} 为几率流密度。

四、(20 分) 厄密算符 \hat{A} 与 \hat{B} 满足 $\hat{A}^2 = \hat{B}^2 = 1$, 且 $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = 0$ 。求

- (1) 在 \hat{A} 表象中算符 \hat{A} 与 \hat{B} 的矩阵表示;
- (2) 在 \hat{A} 表象中算符 \hat{B} 的本征值与本征矢;
- (3) 由 \hat{A} 表象到 \hat{B} 表象的么正变换矩阵 S , 并把 \hat{B} 矩阵对角化。

五、(20 分) 粒子的哈密顿量 $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$, \hat{H}_0 与 \hat{H}' 在 Q 表象中的矩阵为

$$\hat{H}_0 = E_0 \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \hat{H}' = \varepsilon \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

其中 E_0 为正实数, $|\varepsilon| \ll E_0$, \hat{H}' 为微扰。

(1) 忽略微扰, 求出 \hat{H}_0 的本征值与本征态矢; (2) 考虑微扰, 求出基态至二级近似能量和一级近似态矢。

六、(30 分) 自旋 $s = \frac{1}{2}$, 并具有自旋磁矩 $\hat{M} = \mu_0 \hat{S}$ 的粒子处于沿 x 方向的均匀磁场 \vec{B} 中。

已知 $t = 0$ 时, 粒子的 $s_z = \frac{\hbar}{2}$, 求在以后任意 t 时刻发现粒子具有 $s_y = \pm \frac{\hbar}{2}$ 的几率。