

聊城大学 2012 年硕士研究生入学考试初试试题

考试科目	[618]数学分析	B 卷
适用专业	基础数学 应用数学 系统理论 系统分析与集成	
注意事项: 1、本试题共 6 道大题 (共 14 个小题), 满分 150 分。 2、本卷为试题, 答题另有答题纸。答案一律写在答题纸上, 写在该试题纸上或草稿纸上无效。 3、答题必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写, 其它均无效。 4、特殊要求携带的用具请注明, 没有特殊要求填“无”。 无		
一、叙述题 (每题 5 分, 共 10 分)		
1、数 η 为数集 S 的下确界的定义;		
2、叙述 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ 的定义.		
二、计算下列各题 (每题 8 分, 共 40 分)		
1、 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$;		
2、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \sin \frac{\pi}{n}$;		
3、 $\lim_{x \rightarrow 1^-} (1-x^2)^{\frac{1}{\ln(1-x)}}$;		
4、 $\iint_S (x^2 + y^2) dS$, 其中 S 为立体 $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$ 的边界曲面;		
5、设 $C: (x-1)^2 + y^2 = R^2 (R \neq 1)$, 计算积分		
$I = \oint_{C^+} \frac{xdy - ydx}{4x^2 + y^2}.$		
三、(本题 10 分) 用定义证明: 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n-1} = a, \lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n} = b$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{a+b}{2}$.		
四、计算 (本题 15 分)		
$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} dx \quad (b > a > 0).$		
五、(本题 15 分) 设 $a_n > 0 (n=1, 2, \cdots)$, 数列 $\{a_n\}$ 单调减少, 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ 发散, 试判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+a_n} \right)^n$ 的敛散性.		
六、证明题 (每题 15 分, 共 60 分)		
1、证明 $f(x) = \sqrt{x}$ 在 $[0, +\infty)$ 上一致连续.		
2、设 f 为 $[a, b]$ 上二阶可导函数, $f(a) = f(b) = 0$, 并且存在一点 $c \in (a, b)$ 使得 $f(c) > 0$. 证明至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f''(\xi) < 0$.		
第 1 页 (共 2 页)		

3、设可微函数列 $\{f_n\}$ 在 $[a,b]$ 上收敛， $\{f'_n\}$ 在 $[a,b]$ 上一致有界，证明： $\{f_n\}$ 在 $[a,b]$ 上一致收敛.

4、设函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内处处有导数 $f'(x)$ ，证明 (a,b) 中的点或者为 $f'(x)$ 的连续点，或者为 $f'(x)$ 的第二类间断点.