

聊城大学

2012 年硕士研究生入学考试初试试题

学科专业名称: 物理电子学 自然地理学 计算机软件与理论

考试科目名称: 高等数学 601 (B)卷

注意事项: 1、本试题共 9 道大题 (共 13 个小题), 满分 150 分。

2、本卷为试题, 答题另有答题纸。答案一律写在答题纸上, 写在该试题纸上或草稿纸上无效。要注意试卷清洁, 不要在试卷上涂划。

3、答题必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写, 其它均无效。

4、特殊要求携带的用具请注明, 没有特殊要求填“无”。

一、(每小题 10 分, 共 20 分) 求下列极限

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^p + 2^p + \cdots + n^p}{n^{p+1}},$ (其中 $p > 0$)

2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^{\sqrt{x}} \sin(t^2) dt}{\sqrt{x^3}}.$

二、(每小题 10 分, 共 20 分) 求解下列各题

1. 设函数 $z = x^2 \arctan \frac{y}{x} - y^2 \arctan \frac{x}{y},$ 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$

2. 设函数 $z = f(x, y)$ 由方程 $x^2 + 3y^2 - 2z^2 + xy - z = 2$ 所确定, 求 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1,1,1)}$ 与 $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right|_{(1,1,1)}.$

三、(每小题 10 分, 共 20 分) 求下列积分

1. $\int_0^{\pi/2} e^x \cos x dx.$

2. 设 $f(\ln x) = \frac{\ln(1+x)}{x},$ 求 $\int f(x) dx.$

四、(15 分) 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 证明在 (a, b) 内存在一点 $\xi,$ 使 $\frac{bf(b) - af(a)}{b-a} = f(\xi) + \xi f'(\xi).$

五、(15 分) 计算三重积分 $I = \iiint_{\Omega} \frac{dx dy dz}{1+x^2+y^2}$, 其中 Ω 为由曲面 $x^2+y^2=z^2$ 与平面 $z=1$

所围成的区域.

六、(每小题 10 分, 共 20 分) 求解下列各题

1. 求 n 阶行列式 $D = \begin{vmatrix} 1+x_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+x_2 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1+x_n \end{vmatrix}$ 的值, (其中 $x_1 \cdot x_2 \cdots x_n \neq 0$).

2. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$, 求 A^n , (其中 n 为正整数).

七、(10 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, 且 3 为 A 的特征值, 求 y .

八、(10 分) 证明向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m$ 线性无关的充分必要条件是: 向量组 $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \cdots, \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_m$ 线性无关.

九、(20 分) λ 为何值时, 方程组 $\begin{cases} (\lambda+3)x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ \lambda x_1 + (\lambda-1)x_2 + x_3 = 0 \\ 3(\lambda+1)x_1 + \lambda x_2 + (\lambda+3)x_3 = 0 \end{cases}$ 只有零解? 有非零解? 并求

出其通解.