

一、(10分)

由麦克斯韦方程组的积分形式导出两种不同媒质界面两侧的边界条件:

(1) $\vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma$, 式中 σ 为媒质分界面自由电荷面密度。

(2) $\vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{i}$, 式中 \vec{i} 为媒质分界面传导电流面密度。

二、(10分)

已知: $\varphi(x, y, z)$ 为标量场, $\vec{A}(x, y, z)$ 为一矢量场, $\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$, \vec{E}_0 、 \vec{k} 为常矢量。

求证: (1) $\nabla \cdot (\varphi \vec{A}) = \varphi \nabla \cdot \vec{A} + \nabla \varphi \cdot \vec{A}$

(2) 当 $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$ 时, $\nabla \times \vec{E} = i\vec{k} \times \vec{E}$

三、(15分)

有一半径为 a 的无限长直圆柱导体, 沿柱轴方向通有均匀电流密度 \vec{j} , 设柱内外磁导率分别为 μ_1 和 μ_2 。求柱体内、外的磁矢势和磁感应强度。

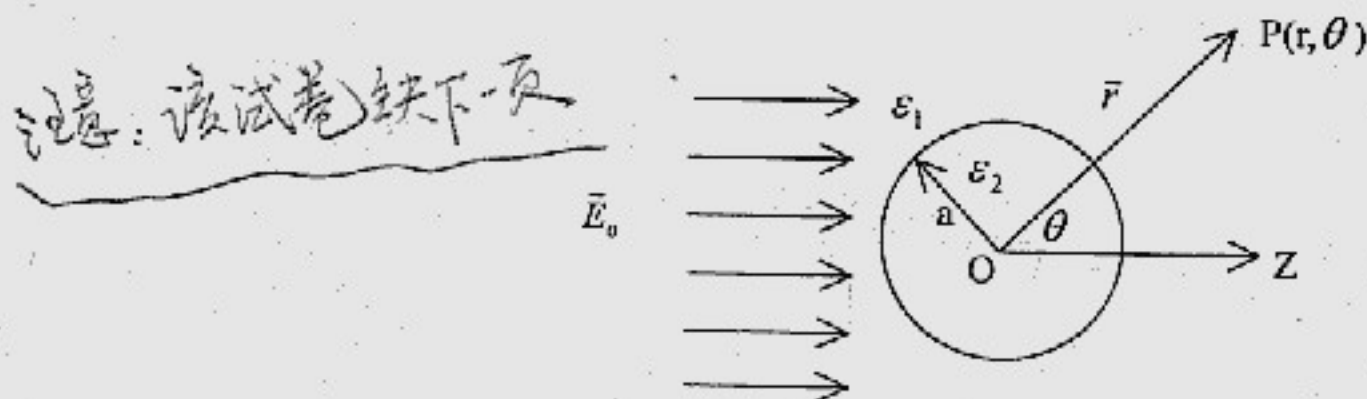
$$(\text{附公式: } \nabla \times \vec{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \alpha} - \frac{\partial A_\alpha}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{e}_\alpha + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r A_\alpha) - \frac{\partial A_r}{\partial \alpha} \right] \vec{e}_z)$$

$$\nabla^2 \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \vec{A}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial z^2}$$

四、(15分)

一半径为 a 、介电常数为 ϵ_2 的均匀介质球, 处于均匀电场 \vec{E}_0 中, 设球心即为所选的球坐标原点, 且 \vec{E}_0 的方向沿着 $\theta = 0$ 的轴。球外充满介电常数为 ϵ_1 的均匀介质 (如图所示), 已知空间某一点的电势可表示为以下形式 $\varphi = Ar \cos \theta + \frac{B}{r^2} \cos \theta$, 式中 A 、 B 为待定常数。

求: 空间的电势分布。



四题图