

1. 证明:  $\int_{-1}^1 (1-x^2)^n dx \geq \frac{4}{\sqrt[3]{n}}$  (15 分)
2. 求  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  被  $x^2 + y^2 = ax$  所截面积。(15 分)
3. 若  $f(x)$  在  $x_0$  处有极大, 求证:  $\left. \frac{\partial f}{\partial x_k} \right|_{x=x_0} = 0$  (15 分)
4. 证明:  $f(x)$  为凸函数, 则  $f(x)$  连续。(15 分)
5. 已知  $F_1 = 1, F_2 = 2, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ , 证明:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{F_n}$  收敛。(20 分)
6. (1)  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续, (2)  $|f(x)| \leq 1$ , (3)  $\int_0^1 f(x) dx = 0$ , 求证:  
 $\forall a, b \in [0,1]$  有  $\left| \int_b^a f(x) dx \right| \leq \frac{1}{2}$  (20 分)
7. 证明:  $R^m$  中  $\rho(x, E)$  一致连续 (20 分)
8. 证明:  $\sum \frac{1}{p}$  发散,  $p$  为遍历所有质数 (15 分)
9. 已知:  $f(x)$  二次可微且  $f''(x)$  有界, 证明: 若  $f(x) \rightarrow 0, x \rightarrow +\infty$  时,  
 $f'(x) \rightarrow 0, x \rightarrow +\infty$  (15 分)