

江西财经大学

2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 (A 卷)

专 业：统计学

考试科目：统计学或数理统计

重要提示：1. 考生必须将所有答案写在答题纸上，本试题上的任何标记均不作判题依据。2. 考生请在统计学和数理统计两门课程中任选一门考试，不得混做，混做只能按其中一门计分。

数理统计

一、单选题（每题 6 分，共 30 分）

1. 设 A, B 是两事件, $0 < P(A) < 1, P(B) > 0, P(B | A) = P(B | \bar{A})$, 则必有 ()。

- A. $P(A | B) = P(\bar{A} | B)$ B. $P(A | B) \neq P(\bar{A} | B)$
 C. $P(AB) = P(A)P(B)$ D. $P(AB) \neq P(A)P(B)$

2. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(2, 2^2)$, 且 $Y = aX + b$ 服从标准正态分布 $N(0, 1)$, 则 ()。

- A. $a=2, b=-2$ B. $a=-2, b=-1$ C. $a=1/2, b=-1$ D. $a=-1/2, b=1$

3. 设两个相互独立的随机变量 X 和 Y , 分别服从正态分布 $N(0, 1)$ 和 $N(1, 1)$, 则 ()

- A. $P(X+Y \leq 0) = \frac{1}{2}$ B. $P(X+Y \leq 1) = \frac{1}{2}$
 C. $P(X-Y \leq 0) = \frac{1}{2}$ D. $P(X-Y \leq 1) = \frac{1}{2}$

4. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, 若样本容量 n 和置信度 $1-\alpha$ 均不变, 则对于不同的样本观察值, 总体均值 μ 的置信区间的长度 ()。

- A. 变长 B. 变短
 C. 不变 D. 不能确定

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ 和 σ^2 均未知, 假设 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$, 若用 t 检验法进行假设检验, 则在显著水平 α 之下, 拒绝域是 ()。

- A. $|t| < t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ B. $|t| \geq t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$

C. $|t| \geq t_{1-\alpha}(n-1)$

D. $|t| < t_{1-\alpha}(n-1)$

二、简答题（每题 5 分，共 20 分）

1. 连续型随机变量 X 的概率密度 $f(x)$ 是否一定是连续函数?其概率密度是否唯一?
2. 大数定律说明了什么问题?
3. 从总体抽取的样本应该满足什么条件?
4. 在假设检验中, 无论作出拒绝原假设或接受原假设的判断, 都有可能犯错误吗?

三、计算题（100 分）

1. (10 分) 若用血清甲胎蛋白法诊断肝癌, $P(A|C)=0.95$, $P(\bar{A}|\bar{C})=0.9$, 这里 C 表示被检验者患有肝癌这一事件, A 表示判断被检验者患有肝癌这一事件, 又设在人群中 $P(C)=0.0004$, 现在若一人被此检验法诊断为患有肝癌, 求此人真正患有肝癌的概率。

2. (10 分) 设随机变量 X 的概率密度为:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1, \\ 2-x, & 1 \leq x < 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

(1) 求 X 的分布函数; (2) 求 $P(-1 < X \leq 1.5)$ 。

3. (15 分) 假设由自动线加工的某种零件的内径 X (毫米) 服从正态分布 $N(u, 1)$, 内径小于 10 或大于 12 的为不合格品, 其余的为合格品。销售每件合格品获利, 销售每件不合格品亏损。已知销售利润 T (单位: 元) 与销售零件的内径有如下关系:

$$T = \begin{cases} -1, & X < 10, \\ 20, & 10 \leq X \leq 12, \\ -5, & X > 12. \end{cases}$$

问平均内径 u 取何值时, 销售一个零件的平均利润最大?

4. (15 分) 设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \theta, \lambda) = \begin{cases} \lambda \theta^\lambda x^{-(\lambda+1)}, & x > \theta, \\ 0, & x \leq \theta, \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$, $\lambda > 0$ 均为未知参数, 设 x_1, x_2, \dots, x_n 为一组样本, 求 θ 和 λ 的最大似然估计。

5. (15 分) 某厂两条自动化罐装蕃茄酱生产线, 分别从两条流水线上抽取样本

X_1, X_2, \dots, X_{12} 及 Y_1, Y_2, \dots, Y_{17} , 算出 $\bar{X} = 10.6$ (克), $\bar{Y} = 9.5$ (克), $S_x^2 = 2.4$, $S_y^2 = 4.7$, 假设这两条流水线上罐装蕃茄酱的重量都服从正态分布, 其均值分别为 μ_1 和 μ_2 , 且有相同的方差, 试求均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的区间估计 (置信度为 0.95)。

6. (15分) 某香烟厂生产两种香烟, 独立地随机抽取容量大小相同的烟叶标本, 测量尼古丁含量的毫克数, 甲、乙两实验室分别做了六次实验, 数据记录如下:

甲	25	28	23	26	29	22
乙	28	23	30	25	21	27

试问: 这两种香烟的尼古丁含量有无显著差别? 给定 $\alpha = 0.05$, 假定尼古丁含量服从正态分布且具有公共方差。

7. (20分) 某商品需求量 Y 与价格 X 的统计资料由下表给出:

需求量 Y	543	580	618	695	724	812	887	991	1186	1940
价格 X	61	54	50	43	38	36	28	23	19	10

试求需求函数方程 (可用幂函数 $Y = aX^{-b}$)。

说明: 做题时可以参考以下数据

$$P(t > t_{1-\alpha}(n)) = \alpha, \quad t_{0.025}(12) = 2.179, \quad t_{0.025}(27) = 2.0518, \quad t_{0.025}(10) = 2.2281$$

$$t_{0.025}(29) = -2.045$$