

# 江西财经大学

## 2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 (B 卷)

专 业：统计学

考试科目：数理统计学

重要提示：考生必须将所有答案写在答题纸上，本试题上的任何标记均不作判题依据

### 一、单项选择题 (5 分 $\times$ 6=30 分)

1. 当事件 A, B 同时发生时, 事件 C 必发生, 则下列结论正确的是 ( )。
  - A.  $P(C) = P(AB)$
  - B.  $P(C) = P(A \cup B)$
  - C.  $P(C) \geq P(A) + P(B) - 1$
  - D.  $P(C) \leq P(A) + P(B) - 1$
2. 离散型随机变量 X 的分布函数 F(X) 一定是 ( )。
  - A. 奇函数
  - B. 偶函数
  - C. 有界函数
  - D. 周期函数
3. 若  $D(X+Y) = D(X-Y)$ , 则正确的是 ( )。
  - A. X, Y 互不相关
  - B. X, Y 相互独立
  - C.  $D(Y) = 0$
  - D.  $D(X)D(Y) = 0$
4. 设总体  $X \sim \chi^2(n)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是样本,  $\bar{X}$  是样本均值, 则 ( )。
  - A.  $E(\bar{X}) = n, D(\bar{X}) = 2$
  - B.  $E(\bar{X}) = n, D(\bar{X}) = 2n$
  - C.  $E(\bar{X}) = 1, D(\bar{X}) = 2$
  - D.  $E(\bar{X}) = \frac{1}{n}, D(\bar{X}) = n$
5. 若总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\sigma^2$  已知, 当置信度  $1 - \alpha$  保持不变时, 如果样本容量 n 增大, 则  $\mu$  的置信区间 ( )。
  - A. 长度变大
  - B. 长度变小
  - C. 长度不变
  - D. 长度不一定不变
6. 在假设检验中, 分别用  $\alpha, \beta$  表示犯第一类错误和第二类错误的概率, 则当样本容量 n 一定时, 下列说法中正确的是 ( )。
  - A.  $\alpha$  减小时  $\beta$  也减小

- B.  $\alpha$  增大时  $\beta$  也增大  
 C.  $\alpha$ ,  $\beta$  不能同时减小, 减小其中一个时, 另一个就会增大  
 D. A 和 B 同时成立

## 二、计算题 (120 分)

1. (10 分) 把长度为  $L$  的线段在任意两点将它分成三段, 求它可以构成一个三角形 (事件 A) 的概率。

2. (10 分) 盒中放有 12 个乒乓球, 其中 9 个是新的。第一次比赛时从中任取 3 个来使用, 比赛后仍放回盒中。第二次比赛时, 再从盒中任取 3 个球, 求: (1) 第二次取出的球都是新球的概率; (2) 已知第二次使用时, 取到的是三只新球, 而第一次使用时取到的是是一只新球的概率。

3. (10 分) 某技术部门招工需经过四项考核, 设能够通过第一、二、三、四项考核的概率分别为 0.6, 0.8, 0.9 和 0.65, 各项考核是独立的。每个应聘者都要经过全部四项考核, 只要有一项不通过即被淘汰。求: (1) 这项招工的淘汰率; (2) 通过一、三项考核但是仍被淘汰的概率; (3) 假设考核按顺序进行, 被考核人员一旦经某项考核不合格即被淘汰 (不再参加后面的考核), 求这种情况下的淘汰率。

4. (10 分) 设随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} & 1 \leq x \leq 8 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$F(x)$  是  $X$  的分布函数, 试求随机变量  $Y = F(x)$  的分布函数

5. (20 分) 设  $(\xi, \eta)$  的联合密度函数为

$$p(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(2x+3y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求: (1) 常数  $A$ ; (2)  $(\xi, \eta)$  的联合分布函数  $F(x, y)$ ; (3)  $P\{-1 < \xi \leq 1, -2 < \eta \leq 2\}$ ; (4) 判断  $\xi$  与  $\eta$  是否相互独立。

因为  $p(x, y) = p_{\xi}(x) p_{\eta}(y)$ , 所以  $\xi$  与  $\eta$  相互独立。

6. (10 分) 设随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求: (1)  $Y=2X$  的数学期望; (2)  $Y=e^{-2X}$  的数学期望。

7. (10 分) 设某车间有 400 台车床, 由于各种原因每台车床只有 75% 的时间在工作。每台车床开动期间耗电量为  $E$ , 问至少供给此车间多少电量, 才能以 99% 的概率保障此车间不因供电不足而影响生产?

8. (10 分) 设某种元件的使用寿命  $X$  的密度函数为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} 2e^{-2(x-\theta)} & x \geq \theta \\ 0 & x < \theta \end{cases}$$

其中  $\theta > 0$  为未知参数，又设  $x_1, x_1 \dots, x_n$  是  $X$  的一组样本观察值，求参数  $\theta$  的极大似然估计。

9. (15 分) 某香烟厂向化验室送去两批烟草，化验室从两批烟草中各随机抽取重量相同的 5 例进行化验，测得尼古丁的毫克数为

A: 24, 27, 26, 21, 24;

B: 27, 28, 23, 31, 26。

假设烟草中尼古丁的含量服从正态分布  $N_A(\mu_1, 5)$  及  $N_B(\mu_2, 8)$ ，且它们相互独立，取置信水平为 0.95，求两种烟草的尼古丁平均含量  $\mu_1 - \mu_2$  的置信区间。

10. (15 分) 甲、乙两台机床生产同一型号的滚珠，现在从这两台机床生产的钢珠中分别抽取 9 个与 10 个，测得滚珠直径的样本均值分别为  $\bar{\xi} = 15.1256$

(mm)， $\bar{\eta} = 14.9572$  (mm)。标准差分别为  $S_1 = \sqrt{0.0985}$  (mm)，

$S_2 = \sqrt{0.0318}$  (mm)。假设滚珠直径服从正态分布。问两台机床生产的滚珠直径均值是否机同 ( $\alpha = 0.02$ )？

#### 附：参考数据

$\Phi(\cdot)$  为标准正态分布  $\Phi(2.33) = 0.990097$      $\Phi(1.96) = 0.975002$

$P(t > t_{\alpha}(n)) = \alpha$ ,     $t_{0.01}(17) = 2.5669$ ,

$P\{F(n_1, n_2) > F_{\alpha}(n_1, n_2)\} = \alpha$  ,     $F_{0.01}(8, 9) = 5.47$      $F_{0.01}(9, 8) = 5.91$