

江西农业大学

2008 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

适用学科、专业 _____ 理 科 _____

考 试 科 目 _____ 601 数 学 _____

注意事项：所有答案一律在答题纸上填写，否则无效。

A 卷

一、填空题（共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-2} \right)^{x+1} =$ _____ .

2. 已知 $xy^2 = e^z + z$, 则 $dz =$ _____ .

3. 微分方程 $(1+x^2)dy + xydx = 0$ 的通解是 _____ .

4. 设矩阵 A 有 $A^2 = 3A$, 且 $|A| \neq 0$, 则 A 的一个特征值可为 _____ .

5. 设 A 为 n 阶方阵, $|A| = 2$ $B = 2A^{-1}$, 则 $|B| =$ _____ .

6. 设随机变量 $X \sim f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $E(X^2) =$ _____ .

二、单项选择题（共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列四个无穷小中, 哪一个是比较其它三个更高阶的无穷小量().

(A) $\ln(1-x^2)$

(B) $1 - \cos(x^2)$

(C) $x \tan x$

(D) $e^{x^2} - 1$

2. 设 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处 ().

- (A) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在 (B) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在, 但 $f(x)$ 在点 $x=0$ 不连续
(C) $f(x)$ 在点 $x=0$ 连续但不可导 (D) $f'(0)$ 存在.
3. 设 $\tan x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int x f'(x) dx = ()$.
- (A) $x \sec^2 x - \tan x + C$ (B) $x \sec^2 x + \tan x + C$
(C) $\sec^2 x - \tan x + C$ (D) $x \sec^2 x - \tan x$.
4. 若函数 $f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处取到极值, 则 ().
- [A] $f''(x_0) > 0$ [B] $f''(x_0) < 0$
[C] $f'(x_0) = 0$ 或 $f'(x_0)$ 不存在 [D] $f'(x_0)$ 不存在.
5. D 为圆域: $x^2 + y^2 \leq 4$, $\iint_D f(x, y) d\sigma = A$. 则 $\iint_D [2f(x, y) + 1] d\sigma = ()$.
- (A) $A + \pi$, (B) $4A + 4\pi$, (C) $2A + \pi$, (D) $2A + 4\pi$.
6. 设 n 阶方阵 A 经过若干次初等变换后变为 B , 若 A 的行列式 $|A| \neq 0$, 则 ().
- (A) $|A| = |B|$ (B) $|B| \neq 0$ (C) $|A||B| > 0$ (D) $|B|$ 可取任意值.
7. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x, & a \leq x \leq b \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 是某连续型随机变量 X 的概率密度, 则区间 $[a, b]$ 可以是 ().
- (A) $[0, 1]$ (B) $[0, 2]$ (C) $[0, \sqrt{2}]$ (D) $[1, 2]$.
8. 设随机变量 X, Y 有方差 $D(X) = 25, D(Y) = 1$, 相关系数 $\rho_{XY} = 0.4$, 则 $D(X - Y) = ()$.
- (A) 6 (B) 22 (C) 30 (D) 46.

三、(8分) 求 $f(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x}, & x < 0, \\ x^2 - e^{-2x} + 1, & x \geq 0 \end{cases}$ 的导数 $f'(x)$.

四、(8分) 求 $f(x) = (x-1)\sqrt[3]{x^2}$ 在 $[-1, \frac{1}{2}]$ 上的最小值与最大值.

五、(8分) (1) 求由曲线 $y = e^x, y = e, x = 0$ 所围成的平面图形的面积;

(2) 求上述平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.

六、(9分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 并且 $f(x) < 1$, 若

$$F(x) = 2x - \int_0^x f(t) dt - 1. \text{ 证明: (1) } F'(x) > 0;$$

(2) 方程 $F(x) = 0$ 在 $(0, 1)$ 内有且仅有一个根.

七、(9分) 计算二重积分 $\iint_D |x-y| dx dy$. 其中 D 是由直线

$x=0, x=1, y=0, y=1$ 围成的平面区域.

八、(13分) 设向量组: $\alpha_1 = (1 \ 1 \ 1)^T, \alpha_2 = (1 \ 2 \ 3)^T, \alpha_3 = (1 \ 3 \ t)^T$.

(1) 问 t 为何值时, 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关?

(2) 问 t 为何值时, 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关?

(3) 当向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关时, 将 α_3 表示为 α_1, α_2 的线性组合.

九、(13分) 设 A, B 为三阶方阵, 且 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & k & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, 秩 $R(B) = 2$, 秩

$R(AB) = 1$, 求. (1) 常数 k ; (2) 方程 $Ax = 0$ 的通解.

十、(13分) 已知随机变量 X, Y 的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-x-2y}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它地方} \end{cases}.$$

求：(1) 边缘分布 $f_X(x), f_Y(y)$ ，并判别 X, Y 是否相互独立？

(2) $P(X < Y)$.

十一、(13 分) 假设一厂家生产的每台仪器，以概率 0.7 可以直接出厂；以 0.3 概率需进一步调试，经调试后以 0.8 概率可以出厂；以概率 0.2 定为不合格品不能出厂，现该厂新生产了 $n(n \geq 2)$ 台仪器（假设各台仪器的生产过程相互独立）。求：(1) 全部能出厂的概率 α ；(2) 其中恰好有两件不能出厂的概率 β ；(3) 其中至少有两件不能出厂的概率 θ 。（注：各概率只需用含 n 的式子表示）