

江西农业大学

2010年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题(机密)

适用学科、专业 _____ 理科 _____

考试科目 _____ 数学 _____

注意事项：所有答案一律在答题纸上填写，否则无效。

A 卷

一、填空题（共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\cot 2x} =$ _____ ;

2. $\int_{-1}^1 (|x| + x^3) e^{-|x|} dx =$ _____ ;

3. 微分方程 $y'' + 4y' + 4y = 0$ 通解是 _____ ;

4. 已知 α_1, α_2 为二维列向量，若行列式 $|\alpha_1, \alpha_2| = 2$ ，则 $|\alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2| =$ _____ ;

5. 设 $A = [a_{ij}]$ 为三阶实正交矩阵，且 $a_{11} = 1$ ， $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ，则 $Ax = b$ 的解为 _____ ;

6. 设随机变量 X 服从标准正态分布，则方差 $D(X^2) =$ _____ .

二、单项选择题（共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

1. 设 $f(x)$ 在点 x_0 可导，且 $f'(x_0) = \frac{1}{3}$ ，则当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时， $f(x)$ 在点 x_0 的微分 dy 是 () .

(A) 与 Δx 等价无穷小

(B) 与 Δx 同阶无穷小

(C) 比 Δx 低阶无穷小

(D) 比 Δx 高阶无穷小

(C) 6

(D) 8

8. 设随机变量 X, Y, Z 有 $Z = \begin{vmatrix} X & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y & -3 & 2 \end{vmatrix}$, $D(Z) = 4D(X) + D(Y)$ 则 X 与 Y 有

()

(A) 相关

(B) 不相关

(C) 独立

(D) 不独立

三、(8分) 设函数 $f(x) = \frac{\int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt}{x \sin^2 x}$, 补充定义 $f(0)$, 使 $f(x)$ 在点 $x=0$ 左连续.

四、(12分) (1) 写出曲线 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 的在点 $(1,1)$ 的切线方程; (2) 求由

曲线 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 与其过点 $(1,1)$ 的切线及 $x=3$ 所围成的平面图形的面积;

(3) 求上述平面图形绕 x 轴旋转一周而成的旋转体的体积.

五、(6分) 设函数 $z = f(u, v)$ 可微, 且 $f(cx - az, cy - bz) = 0$,

证明 $a \frac{\partial z}{\partial x} + b \frac{\partial z}{\partial y} = c$.

六、(8分) 计算二重积分 $\iint_D \ln(1+x^2+y^2) dx dy$. 其中 D 是由

$1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, x \geq 0, y \geq 0$ 围成的平面区域.

七、(8分) 设 $f(x)$ 可微, 满足 $f(x) - \int_1^x \frac{f(t)}{t} dt - x^3 = 0$, 求 $f(x)$.

八、(13分) 若矩阵 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 可对角化, 求 (1) 参数 a ; (2)

可逆矩阵 P 使 $P^{-1}AP$ 为对角阵.

九、(13分) 已知 A 是三阶非零矩阵且矩阵 A 中各行元素之和均为

零, 又知 $AB=0$, 其中 $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & a+3 \\ 0 & a & 0 \\ -3 & 6 & -9 \end{bmatrix}$, 求 (1) 秩 $R(A)$; (2) 方

程 $AX=0$ 的通解.

十、(13分) 设 $X_i, Y_i (i=1,2,3,4)$ 为随机变量, 矩阵

$X = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 \\ X_3 & X_4 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_3 & Y_4 \end{bmatrix}$, 已知 $P(|X| \geq 0, |Y| \geq 0) = 0.4$,

$P(|X| \geq 0) = P(|Y| \geq 0) = 0.6$ 其中 $|X|, |Y|$ 分别表示矩阵 X 与 Y 的行列式. 求

(1) $P(|X| \geq 0, |Y| < 0)$; (2) $P(\max(|X|, |Y|) < 0)$.

十一、(13分) 假设一批产品共 100 件, 其中一、二、三等品分别为 80 件、10 件、10 件. 现从中任取一件, 记 $X_i = 1$: “取到 i 等品”; $X_i = 0$:

“未取到 i 等品” ($i=1,2,3$) 求 (1) 随机变量 (X_1, X_2) 的联合分布律;

(2) 数学期望 $E(X_1), E(X_2)$; (3) 方差 $D(X_1), D(X_2)$; (4) 相关系数 ρ_{X_1, X_2} .