考试科目： 高等数学 B 报考专业： 应用化学

要求：1、答案一律写在答题纸上

2、需配备的工具：

一、填空题（本题满分 40，每小题 4 分）

1）过点 $(1,2,3)$，且与直线 $\begin{cases} x+y+z+1=0 \\ 2x+y+z=0 \end{cases}$ 垂直的平面方程为：______

2）当 $x=$______时，函数 $y=x4^x$ 取得极小值

3）方程 $y'+\dfrac{1}{x}y=x$ 的通解为______

4）$y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$，则 $y''=$______

5）$\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{1-2x}=$______

6）$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin 2x}{1+\sin^2 x}dx=$______

7）若 $\begin{cases} x=5(t-\sin t) \\ y=5(1-\cos t) \end{cases}$，则 $\dfrac{d^2y}{dx^2}=$______

8）设 $f(x)$ 是连续函数，且 $\int_0^{x^3-x}f(t)dt=x$，则 $f(6)=$______

9）若 $f(x)=\begin{cases} e^x(\sin x-\cos x), x>0 \\ ax+b, x\le 0 \end{cases}$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的连续函数，则 $b=$______

10） 已知 $f(x)=\int_1^{x^2}e^{-t^2}dt$，则 $\int_0^1 xf(x)dx=$______

二、 选择题（本题满分 40，每小题 4 分）

1）设 $f(x)$ 为奇函数，$g(x)$ 为偶函数，且当 $x<0$ 时，$f'(x)g(x)+f(x)g'(x)>$

$g(-3)=0$，则 $f(x)g(x)>0$ 的解集为（ ）

A） $(-3,0)\cup(3,+\infty)$ B） $(-3,0)\cup(0,3)$

C） $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$ D） $(-\infty,-3)\cup(0,3)$

考试科目：高等数学B　　报考专业：应用化学

2）设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上皆可导，且 $f(x)<g(x)$，则必有（　　）

A）$f(-x)>g(-x)$　　B）$f'(x)<g'(x)$

C）$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)<\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$　　D）$\int_0^x f(t)dt<\int_0^x g(t)dt$

3）若 $f(x)$ 的导函数是 $\sin x$，则 $f(x)$ 有一个原函数（　　）

A）$1+\sin x$　　B）$1-\sin x$　　C）$1+\cos x$　　D）$1-\cos x$

4）设 $f(x)$ 在点 $x=a$ 处可导，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(a+x)-f(a-x)}{x}=$（　　）

A）$f'(a)$　　B）$2f'(a)$　　C）0　　D）$f'(2a)$

5）当 $x\to 0$ 时，$x-\sin x$ 是 x^2 的（　　）

A) 低阶无穷小　　B) 高阶无穷小

C) 等价无穷小　　D) 同阶但非等价的无穷小

6）设线性无关的函数 y_1,y_2,y_3 都是二阶非齐次线性方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ 的解，c_1,c_2 是任意常数，则该非齐次线性方程的通解是（　　）

A）$c_1y_1+c_2y_2+y_3$　　B）$c_1y_1+c_2y_2-(c_1+c_2)y_3$

C）$c_1y_1+c_2y_2-(1-c_1-c_2)y_3$　　D）$c_1y_1+c_2y_2+(1-c_1-c_2)y_3$

7）设常数 $k>0$，函数 $f(x)=\ln x-\dfrac{x}{e}+k$ 在 $(0,+\infty)$ 内零点个数为（　　）

A）3　　B）2

C）1　　D）0

8）曲线 $y=\cos x(-\dfrac{\pi}{2}\le x\le\dfrac{\pi}{2})$ 与 x 轴所围成的图形，绕 x 轴旋转一周所成的旋转体的体为（　　）

A）$\dfrac{\pi}{2}$　　B）π　　C）$\dfrac{\pi^2}{2}$　　D）π^2

考试科目：高等数学B　　报考专业：应用化学

9）设 $f(x)$ 为连续函数，则下列等式中，正确的结果是（　　）

A）$\int f'(x)dx = f(x)$　　B）$\int df(x) = f(x)$

C）$\dfrac{d}{dx}\int f(x)dx = f(x)$　　D）$d\int f(x)dx = f(x)$

10）已知 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内连续，且 $f(0)=0,\ \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{1-\cos x}=1$，

则在点 $x=0$ 处 $f(x)$（　　）

A）不可导　　B）可导，且 $f'(0)\neq 0$

C）取得极小值　　D）取得极大值

三、计算题（本题满分 30 分，每小题 5 分）

1）求极限 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^x-1}{x\ln x}$

2）已知 $u+e^u=xy$，求 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$

3）求二重积分 $\int_0^{\frac{\pi}{6}}dy\int_y^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{\cos x}{x}dx$

4）求不定积分 $\int\dfrac{\ln(e^x+1)}{e^x}dx$

5）求不定积分 $\int e^{\sqrt{2x-1}}dx$

6）已知 $f(2)=\dfrac{1}{2}, f'(2)=0$, 及 $\int_0^2 f(x)dx=1$，求 $\int_0^1 x^2 f''(2x)dx$

四、求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}[(a_1^{\frac{1}{x}}+a_2^{\frac{1}{x}}+\cdots+a_n^{\frac{1}{x}})/n]^{nx}$ ，其中 $a_i>0, i=1,2,\cdots,n$.（本题满分 8 分）

考试科目：高等数学 B 报考专业：应用化学

五、设函数 $y=y(x)$ 满足微分方程 $y''-3y'+2y=2e^x$，且其图形在点 $(0,1)$ 处的切线与曲线 $y=x^2-x+1$ 在该点的切线重合，求函数 $y=y(x)$.（本题满分 8 分）

六、计算二重积分 $I=\iint\limits_D e^{x^2}dxdy$，其中 D 是第一象限中由直线 $y=x$ 和 $y=x^3$ 所围成的封闭区域。（本题满分 8 分）

七、设 $z=f(u,x,y),u=xe^y$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ （本题满分 8 分）

八、设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(1)=0$，

证明：存在 $\xi\in(0,1)$ 使 $2\xi f'(\xi)+f(\xi)=0$. （本题满分 8 分）