

江西理工大学

2011 年硕士研究生入学考试试题

考试科目: 高等数学(A) 报考专业: _____

要求: 1、答案一律写在答题纸上

2、需配备的工具:

一、 填空题: (每小题 4 分, 共 40 分)

1. $y = \arcsin \sqrt{3x-1} + \frac{1}{\ln(x-\frac{1}{2})}$ 的定义域为 _____

2. 函数 $y = \ln(\sqrt{x^2+1}-x)$ 的奇偶性为 _____

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan x}{x} =$ _____

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x}{1+x})^x =$ _____

5. 设 $f(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x \leq 0 \\ x + b, & x > 0 \end{cases}$, 则当 $b =$ _____ 时, $f(x)$ 在 $x_0 = 0$ 点处连续。

6. 设 $f(x) = \arctan \frac{x-1}{x+1}$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____

7. 如果 $f(x) = x(x+1)(x+2)\cdots(x+10)$, 则 $f'(0) =$ _____

8. 曲线 $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos 2t \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{6}$ 处的切线方程为 _____

9. $\int \frac{x^2}{1+x^2} dx =$ _____

10. 以 $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ 为特征根的阶数最低的常系数线性齐次微分方程是 _____

江西理工大学

2011 年硕士研究生入学考试试题

二、计算下列各题：(每小题 7 分，共 70 分)

1. $\int \frac{1}{e^x + 1} dx$ 。

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$ 。

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \tan x} \right)$ 。

4. 设 $z = e^{2x-y}$, 且 $x = t^2, y = \sin t$, 求 $\frac{dz}{dt}$ 。

5. 设 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2), \\ y = \arctan t, \end{cases}$ 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

6. 设 $f'(0) = 1$, 且 $f(0) = 0$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1 - \cos x)}{x^2}$ 。

7. 计算 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + \cos^4 x) dx$ 。

8. 求曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在 $(2, 1, 0)$ 处的切平面及法线方程。

9. 求微分方程 $y'' - 5y' + 6y = xe^{2x}$ 的通解。

10. 设 $z = f(xy, x + 2y)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

三、(8 分) 求 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ 的单调区间和极值。四、(8 分) 计算 $\iint_D (x^2 + y^2 - 1) dx dy$, 其中 $D: x^2 + y^2 \leq 4$ 五、(8 分) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且 $f(a) = f(b) = 0$, 证明:对于任意的常数 k , $\exists \xi \in (a, b)$, 使得 $f'(\xi) = kf(\xi)$ 。六、(8 分) 设 $\int_0^\pi [f(x) + f''(x)] \sin x dx = 3$, $f(\pi) = 2$, 求 $f(0)$ 。七、(8 分) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(x) > 0$, 证明:

$$\int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b \frac{1}{f(x)} dx \geq (b-a)^2$$
。