江西理工大学

2011年硕士研究生入学考试试题

考试科目： 高等数学（A） 报考专业：________

要求：1、答案一律写在答题纸上

2、需配备的工具：

一、 填空题：（每小题4分，共40分）

1. $y=\arcsin\sqrt{3x-1}+\dfrac{1}{\ln(x-\frac{1}{2})}$ 的定义域为________

2. 函数 $y=\ln(\sqrt{x^2+1}-x)$ 的奇偶性为________

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\arctan x}{x}=$ ________

4. $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{x}{1+x})^x=$ ________

5. 设 $f(x)=\begin{cases}e^x+1, x\le 0\\ x+b, x>0\end{cases}$，则当 $b=$ ________时，$f(x)$ 在 $x_0=0$ 点处连续。

6. 设 $f(x)=\arctan\dfrac{x-1}{x+1}$，则 $\dfrac{dy}{dx}=$ ________

7. 如果 $f(x)=x(x+1)(x+2)\cdots(x+10)$，则 $f'(0)=$ ________

8. 曲线 $\begin{cases}x=\sin t,\\ y=\cos 2t\end{cases}$ 在 $t=\dfrac{\pi}{6}$ 处的切线方程为________

9. $\int\dfrac{x^2}{1+x^2}dx=$ ________

10. 以 $\lambda_1=\lambda_2=2$ 为特征根的阶数最低的常系数线性齐次微分方程是________

江西理工大学

2011 年硕士研究生入学考试试题

二、计算下列各题：（每小题 7 分，共 70 分）

1. $\int \frac{1}{e^x+1}dx$。　　2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x - x}{x-\sin x}$。

3. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x\tan x}\right)$。　　4. 设 $z=e^{2x-y}$，且 $x=t^2, y=\sin t$，求 $\frac{dz}{dt}$。

5. 设 $\begin{cases} x=\ln(1+t^2), \\ y=\arctan t, \end{cases}$ 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$.　　6. 设 $f'(0)=1$，且 $f(0)=0$，求 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(1-\cos x)}{x^2}$。

7. 计算 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin^3 x+\cos^4 x)dx$。

8. 求曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在 $(2,1,0)$ 处的切平面及法线方程。

9. 求微分方程 $y''-5y'+6y=xe^{2x}$ 的通解。

10. 设 $z=f(xy, x+2y)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

三、（8 分）求 $f(x)=2x^3-9x^2+12x$ 的单调区间和极值。

四、（8 分）计算 $\iint\limits_D |x^2+y^2-1|dxdy$，其中 $D: x^2+y^2\le 4$

五、（8 分）设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，且 $f(a)=f(b)=0$，证明：

对于任意的常数 k，$\exists \xi\in(a,b)$，使得 $f'(\xi)=kf(\xi)$。

六、（8 分）设 $\int_0^{\pi}[f(x)+f''(x)]\sin x dx=3$，$f(\pi)=2$，求 $f(0)$。

七、（8 分）设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，且 $f(x)>0$，证明：

$$\int_a^b f(x)dx\cdot\int_a^b\frac{1}{f(x)}dx\ge(b-a)^2。$$