江西理工大学

2012年硕士研究生入学考试试题

考试科目：高等数学(A)　报考专业：________

要求：1、答案一律写在答题纸上

2、需配备的工具：

一、填空题：（每小题3分，共30分）

1. 函数 $y=\sqrt{4-x^2}+\arcsin\dfrac{x-1}{2}$ 的定义域为____1____.

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n^2+\pi}+\dfrac{n}{n^2+2\pi}+\cdots+\dfrac{n}{n^2+n\pi}\right)=$____2____

3. $\lim\limits_{x\to 0}(1+\tan x)^{3\cot x}=$____3____

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sin 3x}=$____4____

5. $y=\arctan\dfrac{x-1}{x+1}$，则 $y'=$____5____.

6. $\begin{cases}x=f(t)-\pi,\\ y=f(e^{3t}-1),\end{cases}$ 其中 f 可导，$f'(0)\neq 0$，则 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{t=0}=$____6____

7. $\int_{\frac{1}{e}}^{e}|\ln x|\,dx=$____7____.

8. 已知函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(2x)-f(3x)}{2x}=$____8____

9. 已知函数 $f(x)=e^{-x}\ln ax$ 在 $x=\dfrac{1}{2}$ 处有极值，则 $a=$____9____.

10. 方程 $\dfrac{x}{1+y}dx-\dfrac{y}{1+x}dy=0$ 满足初始条件 $y|_{x=0}=1$ 的特解是____10____

江西理工大学

2012 年硕士研究生入学考试试题

二、计算下列各题：（每小题 6 分，共 60 分）

1. 设 $f(x)$ 对任意 x 满足 $f(1+x)=af(x)$，且 $f'(0)=b$，其中 a、b 为非零常数，求 $f'(1)$.

2. 求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x-\sin x}\displaystyle\int_0^{\sin x}\dfrac{t^2}{\sqrt{1+t}}dt$

3. 求 $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}(1-2x)\tan\pi x$

4. 设 $y=e^{\sin^2\frac{1}{x}}$，求 dy.

5. 求 $\int\sec^4 x dx$

6. 求曲线 $y=\tan x\ \left(-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$，$y=\ln x$，$y=1$ 及 x 轴所围图形的面积。

7. 设 $z=f\left(x,\dfrac{x}{y}\right)$，其中 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

8. 设 $(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=\dfrac{\pi}{3}$，$|\vec{a}|=5, |\vec{b}|=8$，求 $|\vec{a}-\vec{b}|$.

9. $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left[\dfrac{2\sin x\cdot(x^4+3x^2+1)}{1+x^2}+\cos^3 x\right]dx$

10. 计算 $\displaystyle\iint_D(|x-y|+2)dxdy$，其中 D 为圆域 $x^2+y^2\le 1$ 中第一象限中的部分。

三、（8 分）计算 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{\sin x}}{x^2\ln(1+x)}$

四、（8 分）若函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，又 $f(0)=0$，求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(1-\cos x)}{\tan(x^2)}$.

五、（8 分）试确定常数 a、b 之值，使函数 $f(x)=\begin{cases} b(1+\sin x)+a+2, & x\ge 0 \\ e^{ax}-1, & x<0 \end{cases}$ 处处可

江西理工大学

2012 年硕士研究生入学考试试题

导.

六、（8 分）判别下列级数的敛散性：

1. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{3^{n-1}}$；

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{b}{a_n}\right)^n$，

七、(8 分)设 $F(x)$ 为 $f(x)$ 的原函数，当 $x \geq 0$ 时有 $f(x)F(x)=\sin^2 2x$，且 $F(0)=1$，$F(x)\geq 0$，试求 $f(x)$.

八、（8 分）求由曲线 $y=\cos x-\sin x$， $y=0$ 围成的平面图形($0\leq x\leq\frac{\pi}{4}$)绕 x 轴旋转而成的旋转体体积.

九、（6 分）证明下列不等式：设 $b>a>e$，则 $a^b>b^a$.

十、(6 分)设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，在区间 (a,b) 内可导，且 $f(a)=f(b)=0$。证明：存在 $\xi\in(a,b)$，使得 $3f'(\xi)+2f(\xi)=0$