

福建师范大学理论物理、凝聚态物理专业 2004年硕士生入学考试《量子力学》试卷

考试科目编号: 426

考试日期: 2004年1月11日下午

考生请注意: 本卷满分为150分, 考试时间为3小时。须在《答题纸》上作答, 否则无效。

文档维护者声明: 本材料作为考研的参考资料, 免费派发, 派发过程请不要附加收取打印、复印之外的任何费用。最新版本请关注<http://cmp.fjnu.edu.cn/>, 或联系 cmp@fjnu.edu.cn。

一、证明题 每小题15分, 共30分

1. 证明定态中的粒子, 几率密度、几率流密度均与时间无关。
2. 已知 $[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar\hat{L}_z$, 证明测不准关系 $\overline{(\Delta\hat{L}_x)^2} \cdot \overline{(\Delta\hat{L}_y)^2} \geq \frac{1}{4}\hbar^2\overline{\hat{L}_z^2}$ 。

二、计算题 每小题25分, 共100分

1. 一粒子在一维势场 $U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ u_0, & 0 \leq x < a \\ -u_1, & a \leq x \leq b \\ 0, & b < x \end{cases}$ 中运动, 其中 $u_0 > 0, u_1 > 0$, 求束缚态能级所满足的方程。

2. 一电荷为 e 的一维线性谐振子受恒定弱电场 ε 作用, 电场沿正 x 方向, 体系的哈密顿算符为 $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}\mu\omega^2 x^2 - e\varepsilon x$ 。

(a) 利用配方的方法求该粒子的能量及相应的能量本征函数。[可以根据谐振子能量本征方程的解, 直接写出结果]

(b) 用微扰论公式求体系的能量至二级修正。[对谐振子的第 n 个本征态, $\alpha x \psi_n = \frac{1}{2}(\sqrt{n}\phi_{n-1} + \sqrt{n+1}\phi_{n+1})$, $\alpha = \sqrt{\frac{\mu\omega}{\hbar}}$]

3. 设氢原子的状态是 $\psi = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}R_{21}(r)Y_{11}(\theta, \phi) \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}R_{21}(r)Y_{10}(\theta, \phi) \end{pmatrix}$, 求能量 E 、轨道角动量平方 \hat{L}^2 、轨道角动量 z 分量 L_z 、自旋角动量平方 \hat{S}^2 、自旋角动量 z 分量 S_z 这五个力学量的可能取值、相应的几率及其平均值。

4. 有两个质量为 μ 、自旋为 $1/2$ 全同粒子在宽度为 $2a$ 的一维无限深势阱中, 略去两粒子之间的相互作用, 求这两个粒子组成的体系的能量本征值和本征函数, 并指出最低两能级的简并度。

三、选做题 下列两题任选一题，共20分

1. 设有一定域电子，在均匀沿 z 方向常磁场中运动，在 $t = 0$ 时电子自旋沿 y 轴正方向。求 $t > 0$ 时电子自旋的波函数及沿 x 轴反方向的几率。[$\hat{S}^2 - \hat{S}_z$ 表象中， $S_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ， $S_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$]
2. 低能粒子受到势场 $U(r) = \begin{cases} U_0, & r \leq a \\ 0, & r > a \end{cases}$ 的散射，用分波法就势阱 $U_0 < 0$ 和势垒 $U_0 > 0$ 两种情况分别计算总散射截面（设 $ka \ll 1$ ，只要计算到 s 分波。其中 k 为入射粒子的波矢）。