

福建师范大学理论物理、凝聚态物理专业  
2005年硕士生入学考试《量子力学》试卷

考试科目编号: 441

考试日期: 2005年1月23日下午

**考生请注意:** 本卷满分为150分, 考试时间为3小时。须在《答题纸》上作答, 否则无效。

文档维护者声明: 本材料作为考研的参考资料, 免费派发, 派发过程请不要附加收取打印、复印之外的任何费用。最新版本请关注<http://cmp.fjnu.edu.cn/>, 或联系 [cmp@fjnu.edu.cn](mailto:cmp@fjnu.edu.cn)。

一、证明题 每小题15分, 共30分

1. 已知  $\hat{L}_\pm = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$ , 求证:  $[\hat{L}_z, \hat{L}_\pm] = \pm\hbar\hat{L}_\pm$ 。
2. 设量子体系的束缚态能级和归一化能量本征态分别为  $E_n$  和  $\psi_n$ ,  $\lambda$  为哈密顿算符  $\hat{H}$  含有的任一小参数, 证明:  $\frac{\partial E_n}{\partial \lambda} = \left\langle \psi_n \left| \frac{\partial \hat{H}}{\partial \lambda} \right| \psi_n \right\rangle$ 。

二、计算题 每小题25分, 共100分

1. 粒子在一维空间中运动, 它的状态可用波函数

$$\Psi(x, t) = \begin{cases} A \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \exp\left(\frac{-i}{\hbar}Et\right), & 0 \leq x \leq a \\ 0, & x < 0, x > a \end{cases}$$

描述, 式中  $E$  和  $a$  分别为确定的常数, 求:

- (a) 归一化的波函数;
- (b) 几率密度  $\omega(x, t)$ ;
- (c) 在何处找到粒子的几率最大;
- (d)  $\bar{x}$ 、 $\overline{x^2}$  的值。

2. 设哈密顿量在能量表象中的矩阵形式为  $H = \begin{pmatrix} 1 & c & 0 \\ c & 3 & 0 \\ 0 & 0 & c-1 \end{pmatrix}$ ,

- (a) 求  $H$  的精确本征值;
- (b) 设  $c \ll 1$ , 利用微扰法理论求能量至二级修正;
- (c) 在什么条件下, 上述两种结果一致?

[提示: 当  $c \ll 1$  时,  $\sqrt{1+c^2} \approx 1 + \frac{c^2}{2}$ ]

3. 已知  $\vec{n} = (\sin\theta \cos\psi, \sin\theta \sin\psi, \cos\theta)$  是  $(\theta, \psi)$  方向的单位矢量, 在  $\hat{\sigma}^2, \sigma_z$  表象中, 求  $\hat{\sigma} \cdot \vec{n}$  的本征态。

4. 设两个电子在弹性势场中运动，每个电子的势能是  $u(r) = \frac{1}{2}\mu\omega^2 r^2$ ，如果电子之间的库仑能和  $u(r)$  相比可以忽略，求当一个电子处在基态，另一个电子处于沿  $x$  方向运动的第一激发态时，两电子组成体系的波函数。

### 三、选做题 下列两题任选一题，共20分

1. 设  $V(r) = -\frac{a}{r} + \frac{A}{r^2}$ , ( $a, A > 0$ )，求粒子能量本征值。
2. 设有一定域电子，在均匀沿  $x$  方向常磁场中运动，在  $t = 0$  时电子自旋沿  $z$  轴正方向。求  $t > 0$  时电子自旋的波函数及沿  $y$  轴正方向的几率。 $[\hat{S}^2, \hat{S}_z$  表象中,  $S_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $S_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}]$