

福建师范大学硕士生入学考试试卷

学科专业: 概率论与数理统计

考试科目编号: 435

考试科目: 概论论与数理统计

考试日期: 2006年1月15日下午

考生请注意: 本卷满分为150分, 考试时间为3小时。

须在《答题纸》上作答, 否则无效。

一、填空题 (40 分, 共 8 小题, 每小题 5 分): 请把题号及答案写在答题纸上。

1. 设事件 A, B 的概率分别为 0.2, 和 0.5, $P(A|B) = 0.1$, 则 $P(A \cup B)$ 的值为 ____.
2. 设 $r.v. \xi$ 服从二项分布, 且 $E(\xi) = 9.6, D(\xi) = 1.92$ 则 $P(\xi = 2)$ 的值为 ____.
3. 一颗均匀骰子重复掷 10 次, 设 ξ 表示出现点 3 的次数, 则 ξ 的数学期望值为 $E(\xi) =$ ____.
4. 已知 $r.v. \xi$ 服从参数为 λ 的 Poisson 分布, 且 $P(\xi = 1) = 3P(\xi = 4)$, 则 $D(\xi) =$ ____.
5. 若 $r.v. \xi, \eta$ 相互独立, 且 $\xi \sim N(1, 4), \eta \sim N(-1, 5)$, 则 $-2\xi + \eta - 1$ 服从 ____.
6. 数理统计中未知参数的区间估计的定义是 ____.
7. 已知分布函数 $F(x) = A(\arctg x + B)$, $x \in R^1$, 则常数 $A =$ ____, $B =$ ____.
8. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自母体 X 的一个子样, X 服从 $(0, \beta]$ 上均匀分布, 则未知参数 β 的极大似然估计量是 ____.

二、计算题 (本题共 60 分, 4 小题, 每小题 15 分):

9. 设某产品的废品率为 0.1, 现有该类产品 10000 件, 问其中废品数不多于 960 件的概率是多少?
10. 在随机试验 E 中, 随机事件 A 的概率 p 未知. 试通过简单随机抽样 (X_1, X_2, \dots, X_n) , 给出未知参数 p 的矩估计量并计算其平均偏差和均方误差 (即误差平方的平均值), 以说明该估计量的合理性.
11. 设在 $[0, t]$ 时间内进入某展览馆的观众批数 v 服从参数为 rt 的 Poisson

分布, 而每批顾客人数 η_i 服从: $P(\eta_i = k) = \frac{1}{2^k}, k = 1, 2, \dots$. 试求在 $[0, t]$ 期间进入展览馆的观众总人数 ξ 的母函数和数学期望.

12. 设 $r.v. \xi \sim N(60, 9)$, 而 $P(\xi < x_1) : P(x_1 < \xi < x_2) : P(x_2 < \xi < x_3) : P(x_3 < \xi) = 5 : 20 : 50 : 25$. 试求 x_1, x_2, x_3 的值.

三、综合讨论题 (本题 42 分, 2 小题, 每小题 21 分)

13. 设二维 $r.v. (\xi, \eta)$ 的联合密度函数是

$$p(x, y) = \begin{cases} e^{-x} & 0 < y < x < +\infty, \\ 0 & \text{其它.} \end{cases}$$

试: (1) 求 ξ, η 的边际密度函数;

(2) 求 ξ, η 的相关系数. ξ 与 η 是否独立? 是否相关? 为什么?

(3) 求在已知 $\eta = y \in (0, 1)$ 条件下, ξ 的条件密度函数 $p_{\xi|\eta}(x|y)$.

14. 设正态母体 $X \sim N(\mu, 1)$, μ 为未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n

为来自母体 X 的样本, \bar{X} 为样本均值. 考虑参数假设检验:

$$H_0: \mu = \mu_0 \leftrightarrow H_1: \mu > \mu_0$$

其中为已知常数.

(1) 试叙述上述假设检验的 U- 检验法.

(2) 试求上述 U- 检验的两类错误的概率, 并分析两者之间的关系.

四、证明题 (本题 8 分) 设非负随机变量 ξ 满足: $0 < E\xi^2 < +\infty$, 试证明

$$\{0 \vee (1-r)\}^2 \frac{(E\xi)^2}{E\xi^2} \leq P\{\xi > rE\xi\},$$

其中 $0 \vee (1-r) = \max(0, 1-r)$

备用数据: 标准正态分布函数 $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\{-\frac{u^2}{2}\} du$ 的部分数值表:

x	0.60	0.70	0.71	0.80	0.81	0.96
$\Phi(x)$	0.7257	0.7580	0.7611	0.7881	0.7980	0.8315
x	0.98	1.28	1.36	1.645	2.96	2.98
$\Phi(x)$	0.8365	0.8997	0.915	0.95	0.998462	0.998559