

福建师范大学理论物理、凝聚态物理专业 2006年硕士生入学考试《量子力学》试卷

考试科目编号: 336

考试日期: 2006年1月15日上午

考生请注意: 本卷满分为150分, 考试时间为3小时。须在《答题纸》上作答, 否则无效。

文档维护者声明: 本材料作为考研的参考资料, 免费派发, 派发过程请不要附加收取打印、复印之外的任何费用。最新版本请关注<http://cmp.fjnu.edu.cn/>, 或联系 cmp@fjnu.edu.cn。

一、简答题 (共20分、2小题, 每小题10分)

1. 比较“粒子”和“波”这两个概念在经典物理和量子力学中的异同点。
2. 试说明算符 \hat{F} 和它所表示的力学量 F 之间的关系。

二、证明题 (共30分、2小题, 每小题15分)

1. 已知体系的哈密顿算符 $\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + V(x)$, 证明: $[x, [\hat{H}, x]] = \frac{\hbar^2}{m}$ 。
2. 证明在 \hat{L}_z 的本征态下, $\bar{L}_x = \bar{L}_y = 0$ 。

三、计算题 (共100分、4小题, 每小题25分)

1. 粒子在一维势阱 $u(x) = \begin{cases} u_0, & |x| > a \\ 0, & |x| < a \end{cases}$ 中运动, 其中 $u_0 > 0$, 求束缚态能级所满足的方程。

2. 一维运动的粒子处在 $\varphi(x) = \begin{cases} Ax e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ 状态, 其中 $\lambda > 0$, 求:
 - (a) 归一化的波函数;
 - (b) 几率分布函数 $\rho(x)$;
 - (c) 在何处找到粒子的几率最大?
 - (d) \bar{x} 、 $\overline{x^2}$ 的值。

[提示: $\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}, a > 0$]

3. 设哈密顿量在能量表象中的矩阵形式为 $\hat{H} = \begin{pmatrix} E_1^0 + a & b \\ b & E_2^0 + a \end{pmatrix}$, 其中 a, b 为小的实数, 且 $E_1^0 > E_2^0$, 求:
 - (a) 用微扰公式求能量至二级修正;
 - (b) 直接求能量;

(c) 在什么条件下, 两种结果一致?

[提示: 当 $c \ll 1$ 时, $\sqrt{1+c^2} \approx 1 + \frac{c^2}{2}$]

4. 考虑耦合谐振子, $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$, $\hat{H}_0 = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\hat{p}_i^2}{2\mu} + \frac{1}{2}\mu\omega^2 x_i^2 \right)$, $\hat{H}' = -\lambda x_1 x_2$ (λ 为实常数, 刻画耦合强度)。

(a) 求出 \hat{H}_0 的本征值、本征函数及能级简并度;

(b) 严格求解 \hat{H} 的本征值。

[提示: 作坐标变换, 令 $x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi + \eta)$, $x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi - \eta)$]