

## 福建师范大学理论物理、凝聚态物理专业 2007年硕士生入学考试《量子力学》试卷

考试科目编号:

考试日期: 2007年×月×日×午

**考生请注意:** 本卷满分为150分, 考试时间为3小时。须在《答题纸》上作答, 否则无效。

文档维护者声明: 本材料作为考研的参考资料, 免费派发, 派发过程请不要附加收取打印、复印之外的任何费用。最新版本请关注<http://cmp.fjnu.edu.cn/>, 或联系 [cmp@fjnu.edu.cn](mailto:cmp@fjnu.edu.cn)。

### 一、简答题 (共20分、2小题, 每小题10分)

1. 氢原子的第一玻尔轨道半径  $a_0 = \frac{\hbar^2}{\mu e^2}$ , 从量子力学几率分布的观点解释  $a_0$  的物理意义, 并与玻尔旧量子论的解释相比较。
2. 下列实验, 分别说明了什么问题? 试简要说明之。
  - (a) 光电效应;
  - (b) 黑体辐射;
  - (c) Davisson-Germer 实验;
  - (d) Compton 散射。

### 二、证明题 (共30分、2小题, 每小题15分)

1. 证明:  $\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z = i$ 。
2. 设力学量  $A$  不显含  $t$ , 证明对于束缚定态而言,  $\frac{d\bar{A}}{dt} = 0$ 。

### 三、计算题 (共100分、4小题, 每小题25分)

1. 粒子在一维无限深势阱  $U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, x > a \\ 0, & 0 \leq x \leq a \end{cases}$  中运动, 求其定态能量和定态波函数。
2. 一维线性谐振子处于能量第  $n$  个本征态  $\Psi_n(x)$  上,  $\Delta x = \left[ \overline{(x - \bar{x})^2} \right]^{1/2}$ ,  $\Delta p = \left[ \overline{(p - \bar{p})^2} \right]^{1/2}$ , 试计算  $\Delta x \Delta p = ?$ 。  
[提示:  $x\Psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2}\alpha} [\sqrt{n}\Psi_{n-1}(x) + \sqrt{n+1}\Psi_{n+1}(x)]$ ,  $\frac{d}{dx}\Psi_n(x) = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} [\sqrt{n}\Psi_{n-1}(x) - \sqrt{n+1}\Psi_{n+1}(x)]$ , 其中  $\alpha = \sqrt{\frac{\mu\omega}{\hbar}}$ ,  $\mu$  为振子的质量,  $\omega$  为振子的圆频率。]
3. 原子核 (电荷  $Ze$ ,  $Z \gg 1$ ) 和电子组成类氢离子, 略去核运动、自旋效应、相对论效应。
  - (a) 直接写出电子的能级公式;

(b) 如核电荷由  $Ze$  变为  $(Z+1)e$ , 用微扰论计算能级一级修正;

[提示: 对类氢离子而言, 动能平均值和势能平均值满足  $\bar{V} = -2\bar{T}$ ]

(c) 如核电荷由  $Ze$  变为  $(Z+1)e$ , 求能级的精确解, 并与 (b) 的结果比较?

4. 一维体系具有下列单粒子能量本征态:  $\Psi_1(x), \Psi_2(x), \Psi_3(x), \dots$ ; 对应能级为  $E_1 < E_2 < E_3 < \dots$ 。两个无相互作用的粒子置于该系统中, 对下列不同情况写出: 两粒子体系可具有的两个最低总能量及相应的简并度; 与上述能级对应的所有两粒子波函数。

(a) 两个自旋为  $\frac{1}{2}$  的可区分粒子;

(b) 两个自旋为  $\frac{1}{2}$  的全同粒子;

(c) 两个自旋为 0 的全同粒子。