

安徽师范大学

2006 年招收硕士学位研究生考题

自然地理学

人文地理学

地图学与地理信息系统

考试科目: 高等数学

答案必须写在答题纸上, 写在本考题纸上的无效。

一、选择题(本题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目的要求)

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{x - 1} = (\quad)$

(A) 1

(B) 0

(C) 2

(D) $\frac{1}{2}$

2. 设 $f(x) = \begin{cases} x^4 \sin \frac{1}{x} + \cos x, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0, \end{cases}$ 则 $f'(0) = (\quad)$

(A) 等于 0

(B) 等于 -1

(C) 为 ∞

(D) 不存在

3. 下列广义积分中, 收敛的是()

(A) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

(B) $\int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^2}$

(C) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$

(D) $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln \sqrt{x})^2}$

4. 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$, 则必有()

(A) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \infty$

(B) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = 0$

(C) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x) + g(x)} = 0$

(D) $\lim_{x \rightarrow a} kf(x) = \infty$ (k 为非零常数)

5. 已知 $f(x+y, x-y) = x^2 - y^2$, 则 $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = (\quad)$

(A) $2x - 2y$

(B) $2x + 2y$

(C) $x - y$

(D) $x + y$

6. 设 $\int f(x) dx = x^2 + c$, 则 $\int xf(1-x^2) dx = (\quad)$

(A) $2(1-x^2)^2 + c$

(B) $-2(1-x^2)^2 + c$

(C) $\frac{1}{2}(1-x^2)^2 + c$

(D) $-\frac{1}{2}(1-x^2)^2 + c$

明: 答案必须写在答题纸上, 写在本考题纸上的无效。

二、填空题(本题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x \int_2^x \frac{dt}{\ln t}}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 设 $f(x)$ 为连续函数, $F'(x) = f(x)$, 则 $\int \frac{f(\ln x)}{x} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. $\iint_D xy dx dy = \underline{\hspace{2cm}},$ 其中 D 是由直线 $y = 1, x = 2$ 及 $y = x$ 所围成的闭

区域.

4. 设方程 $x = y^y$ 确定 y 是 x 的函数, 则 $dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. $\int_{-1}^1 \sqrt{x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. 设 $F(x) = \int_{\frac{1}{x}}^{\ln x} f(t) dt$, 则 $F'(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、求解下列各题(本题共 5 小题, 每小题 12 分, 共 60 分)

1. 设 $y = f(x)$ 是微分方程 $y'' + (x-1)y' + x^2y = e^x$ 满足 $f(0) = 0, f'(0) = 1$ 的解, 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{x^2}.$

2. 设 $f(x)$ 对任何 x 都有 $f(x+1) = 2f(x)$, 且 $f(0) = 1, f'(0) = a, a \neq 0$, 求 $f'(1).$

3. 设 $\int xf(x) dx = \arcsin x + c$, 求 $\int \frac{1}{f(x)} dx.$

4. 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{n}$ 的收敛区间.

5. 求 $\iint_D \sqrt{x} dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq x\}$

四、(本题共 15 分)

设 $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x) - e^{-x}}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$ 其中 $g(x)$ 有二阶连续导数, 且 $g(0) = 1,$

$g'(0) = -1,$

(1) 求 $f'(x);$

(2) 讨论 $f'(x)$ 在 $x = 0$ 是否连续.

五、(本题共 15 分)

设 $f(x), g(x)$ 在区间 $[-a, a] (a > 0)$ 上连续, $g(x)$ 为偶函数, 且 $f(x)$ 满足 $f(x) + f(-x) = A (A \text{ 为常数}),$ 证明

$$\int_{-a}^a f(x)g(x)dx = A \int_0^a g(x)dx$$