

安徽师范大学

2008 年招收硕士学位研究生考题

专业名称: 自然地理学、人文地理学、地理信息系统

科目名称: 高等数学 科目代码: 722

考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本考题上的无效!

一. 单项选择题 (每小题 3 分, 共 18 分)

1. 下列函数中, 表示相同函数的是 (C).

A. $y = 1 - x^2$ 与 $y = \sqrt{(1-x)^2}$

B. $y = \ln x^2$ 与 $y = 2 \ln x$

C. $y = 1$ 与 $y = \sin^2 x + \cos^2 x$

D. $y = x - 1$ 与 $y = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

2. 已知 $f'(0) = 2$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) - f(0)$ 是 x 的 (A) 无穷小.

A. 同阶

B. 高阶

C. 等价

D. 低阶

3. 当 D 时, 广义积分 $\int_0^{+\infty} e^{kx} dx$ 收敛.

A. $k \leq 0$

B. $k \geq 0$

C. $k > 0$

D. $k < 0$

4. 已知函数 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$, 则方程 $f'(x) = 0$ 有 (B) 个实根.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 无法确定

5. 已知 $f(x+y, xy) = x^2 + y^2 + xy$, 则 $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} =$ A.

A. ~~2x~~ - 1

B. $1 - 2y$

C. $2x - 2y$

D. $2x + 2y$

6. 设函数 $y = f(x)$ 二阶可导, $f'(x) > 0$, $f''(x) < 0$, 则当 $\Delta x > 0$ 时, 在点 x 处有 (A).

A. $dy > \Delta y > 0$

B. $\Delta y > dy > 0$

C. $\Delta y < dy < 0$

D. $dy < \Delta y < 0$

二. 填空题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. 设 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 则 $f(x + \frac{1}{4}) + f(x - \frac{1}{4})$ 的定义域是 $[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$

2. 设 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x - 2} = 1$, 则 $a = -\frac{5}{2}$, $b = 2$.

3. 设 $y = \sin(1 + e^{2x}) + \ln x$, 则 $\frac{dy}{dx} = 2e^{2x} \cos(1 + e^{2x}) + \frac{1}{x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t^2 dt}{x^3} = \frac{1}{3}$

5. $(\sin x)^{(2008)} = \sin x$

6. $\int_0^2 e^{y^2} dy \int_{-1}^1 x^3 dx = 0$

7. $\lim_{(x,y) \rightarrow (+\infty, +\infty)} (1 + \frac{1}{xy})^{\frac{xy}{3}} = e^{\frac{1}{3}}$

8. 设 $z = z(x, y)$ 是方程 $2\sin(x + 2y - 3z) = x + 2y - 3z$ 确定的隐函数, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$

9. 改变积分次序, $\int_2^{e^2} dx \int_1^{\ln x} f(x, y) dy = \int_1^2 dy \int_{e^y}^{e^2} f(x, y) dx$

10. $I = \oint_L \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2} = 0$, 其中 L 为圆 $(x - 2)^2 + y^2 = 1$ 的正向.

三. 求解题 (共 102 分)

1. 求极限 (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{\pi}{\sqrt{n^2 + 1}} + \frac{\pi}{\sqrt{n^2 + 2}} + \cdots + \frac{\pi}{\sqrt{n^2 + n}})$. (7 分)

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$. (7 分)

2. 求积分 (1) $\int \sec^3 x dx$. (8 分)

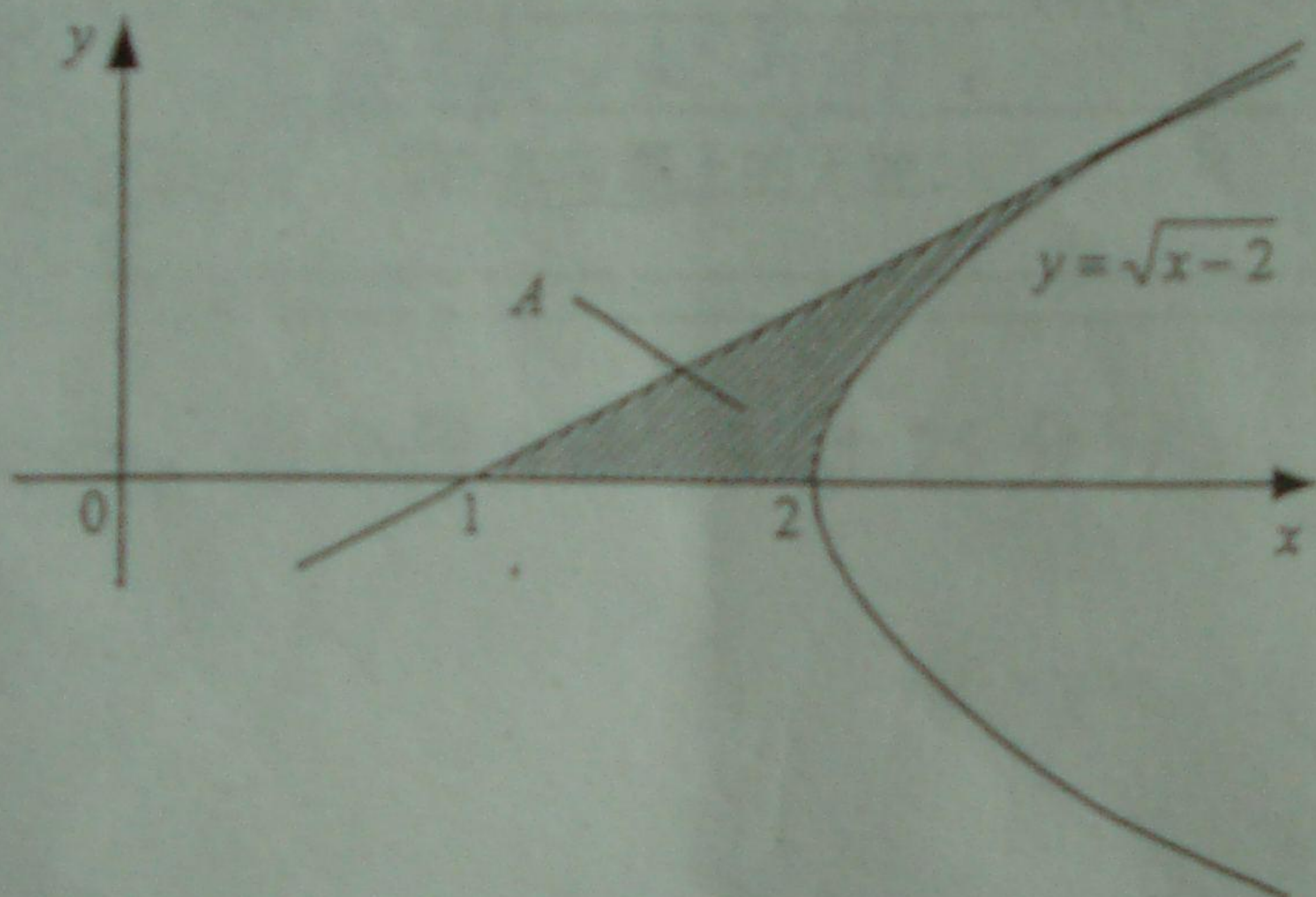
(2) $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{4 - x^2}} dx$. (8 分)

3. 求函数 $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 14$ 的单调区间, 极值, 凹凸区间及拐点. (12 分)

4. 证明 $\frac{\beta - \alpha}{\cos^2 \alpha} < \tan \beta - \tan \alpha < \frac{\beta - \alpha}{\cos^2 \beta}$, 其中 $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$. (10分) *Roll*

5. 过点 $(1, 0)$ 作曲线 $y = \sqrt{x-2}$ 的切线, 该切线与上述曲线及 x 轴围成一平面图形 A (见下图) 求

- (1) 该切线方程;
- (2) A 的面积;
- (3) A 绕 x 轴旋转一周所成的旋转体的体积. (15分)



6. 要造一个容积为 V 的无盖长方体容器, 应如何设计容器的尺寸, 才能使长方体容器的表面积最小? (10分)

7. 求 $I = \iint_D \frac{\sin x}{x} d\sigma$, 其中 D 是由 $y = x$ 及 $y = x^2$ 所围成的区域. (10分)

8. 讨论函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0, \end{cases}$ 在 $(0, 0)$ 点的连续性. (7分)

9. 证明方程 $2^x \cdot x = 1$ 有且仅有一个正根, 且此根小于 1. (8分)