中国科学院–中国科学技术大学

2004年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

试题名称：　　　　　　信号与系统

说明：1. 本试卷共五大题，总共150分。

2. 请看清每题的要求，特别注意黑体字，若要求画图的，必须概画出图形，并作必要的标注。

一、试求下列两小题：（共25分）

1. 已知单位**阶跃**响应为 $s(t)=tu(t)-2(t-T)u(t-T)+(t-2T)u(t-2T)$ 的连续时间LTI系统，试求并**概画出**输入为 $x(t)=(\pi/T)\sin(2\pi t/T)u(t)$ 的输出 $y(t)$。（15分）

2. 用**递推算法**求如下差分方程表示的离散时间因果LTI系统的单位冲激响应 $h[n]$，**至少计算前4个序列值**。（10分）

$$y[n]+\frac{1}{2}y[n-1]-\frac{1}{2}y[n-1]=\sum_{k=0}^{\infty}x[n-k]$$

二、试求下列各小题：（每小题15分，共45分）

1. 已知单位冲激响应为 $h(t)=\dfrac{\sin[\omega_0(t-1)]\sin[2\omega_0(t-1)]}{\pi^2(t-1)^2}$ 的连续时间LTI系统，试求它的频率响应 $H(\omega)$，**并概画出**幅频响应 $|H(\omega)|$ 和相频响应 $\varphi(\omega)$。

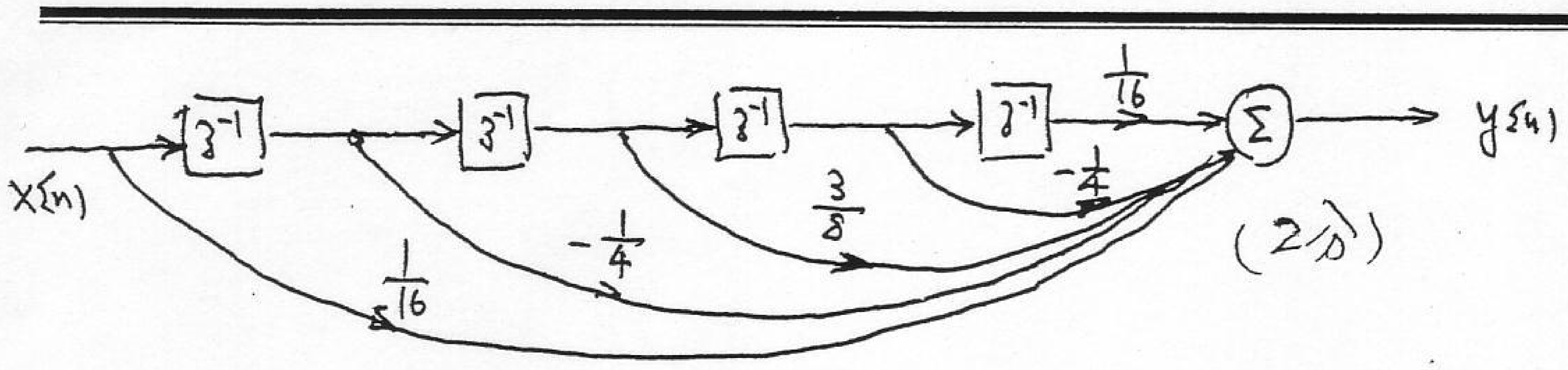
2. 已知**单位阶跃响应**的拉氏变换为 $S(s)=\dfrac{2}{(s^2+2s+10)(e^{4s}-1)}$，$\mathrm{Re}\{s\}>0$ 的连续时间LTI系统，试求其**单位冲激响应** $h(t)$。

3. 一个长度为 M 点的**数字信号** $x[n]$ **分别通过**两个均为 L 点的FIR **数字滤波器**（它们的单位冲激响应分别为 $h_1[n]$ 和 $h_2[n]$）的输出分别是 $y_1[n]$ 和 $y_2[n]$，现有一个 N 点FFT程序（$N\geq M+L-1$）。试画出**仅用这个 N 点FFT程序**，高效快速地同时分别计算出 $y_1[n]$ 和 $y_2[n]$ 的**算法框图**，并加以**必要的说明**。（**提示**：数字信号 $x[n]$，以及 $h_1[n]$ 和 $h_2[n]$ 都属于**实序列**）

三、已知单位冲激响应为 $h(t)=\dfrac{1}{2T}\left\{\mathrm{Sa}\left(\dfrac{\pi t}{T}\right)+2\mathrm{Sa}\left(\dfrac{\pi t}{T}-\dfrac{\pi}{2}\right)+\mathrm{Sa}\left(\dfrac{\pi t}{T}-\pi\right)\right\}$ 的连续时间LTI系统，其中的函数 $\mathrm{Sa}(x)=\dfrac{\sin x}{x}$，试求：（共25分）

1. 该系统的频率响应 $H(\omega)$，**并概画出它的幅频响应** $|H(\omega)|$ **和相频响应** $\varphi(\omega)$，它是什么类型（低通、高通、带通、全通、线性相位等）滤波器？（15分）

2. 当系统的输入为 $x(t)=\dfrac{\sin(\pi t/2T)}{\pi t}\sin\left(\dfrac{2\pi t}{T}\right)+\sum_{k=0}^{\infty}2^{-k}\cos\left[k\left(\dfrac{\pi}{2T}t+\dfrac{\pi}{4}\right)\right]$ 时，试求统的输出 $y(t)$。（10分）



（2分）

五. 本题中2小题分别求解如下（共20分）

1. 接收端信号 $y_c(t)$ 可写成 $y_c(t)=x_c(t)*\left[\sum_{l=0}^{\infty}\alpha^l\delta(t-lT_0)\right]$

故它是一个单位冲激响应 $h(t)=\sum_{l=0}^{\infty}\alpha^l\delta(t-lT_0)$ 的因果LTI系统 （3分）

系统稳定的条件为 $|\alpha|<1$.

其系统函数 $H(s)=\mathcal{L}\{h(t)\}=\sum_{l=0}^{\infty}(\alpha e^{-sT_0})^l=\frac{1}{1-\alpha e^{-sT_0}}$ （1分）

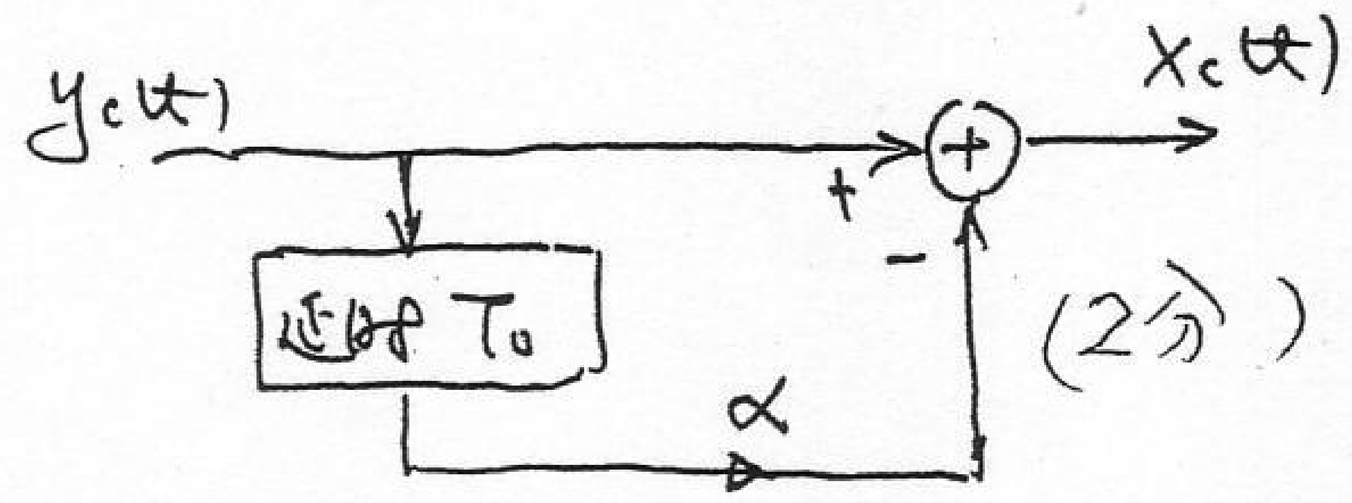
它的逆系统的系统函数为 $H_I(s)=\frac{1}{H(s)}=1-\alpha e^{-sT_0}$, （2分）

此逆系统既因果，又稳定。

逆系统的单位冲激响应为

（1分）$h_I(t)=\delta(t)-\alpha\delta(t-T_0)$

其方框图实现如右图所示。



（2分）

2. 由于 $x_c(t)$ 是带限于 ω_M 的带限信号，且 $\frac{\pi}{\omega_M}<T_0<\frac{2\pi}{\omega_M}$，故题图中

的抽样间隔选 $T=T_0/2$ 满足不产生混叠的条件 $T\le\frac{\pi}{\omega}$. （1分）

则抽样信号 $y_p(t)=y_c(t)\cdot\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}y_c(nT)\delta(t-nT)$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{\sum_{l=0}^{\infty}\alpha^l x_c[(n-2l)T]\right\}\delta(t-nT)$$

转换成的离散时间序列 $y[n]=y_c(nT)=\sum_{l=0}^{\infty}\alpha^l x_c[(n-2l)$ （3分）

为使题图中最后的输出恢复成 $x_c(t)$,

则理想内插低通滤波器 $H_L(\omega)$ 的输入应为 $x_p(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x_c(nT)\delta(t-nT)$

故A序列/冲激串转换器前面的离散时间系统的输出应为 （2分）

$$x[n]=x_c(nT)$$

因此 离散时间系统的系统函数 $H_d(z)$ 应为

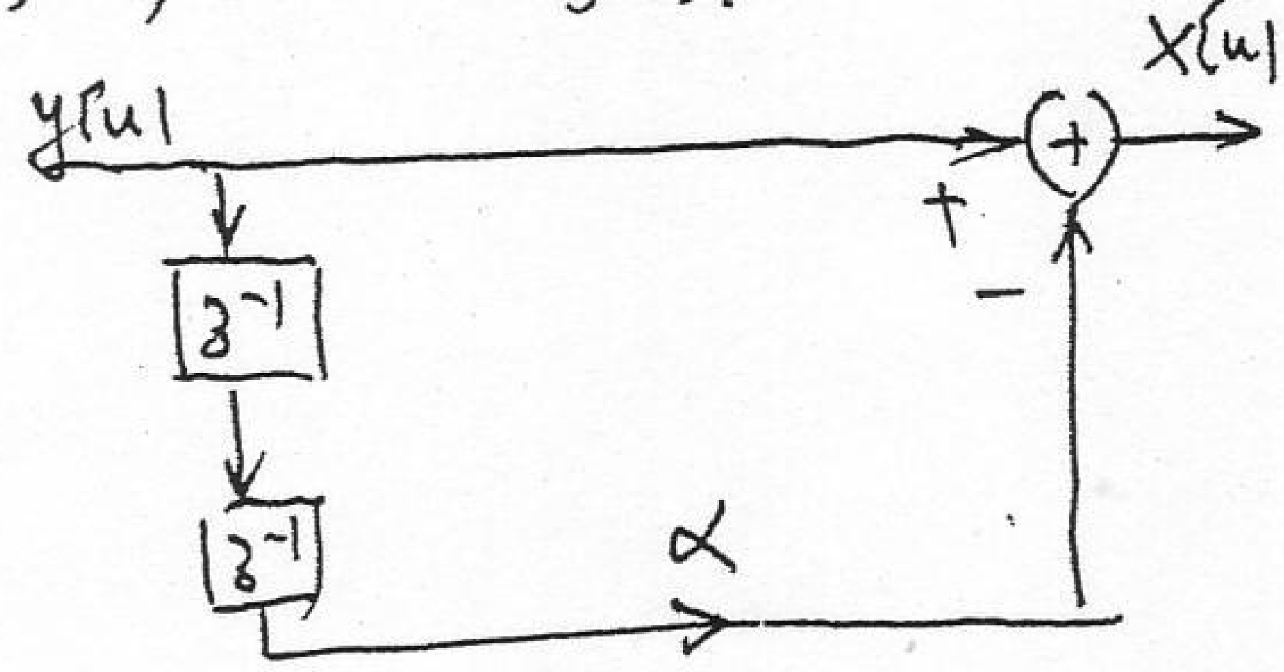
$$H_d(z)=\frac{X(z)}{Y(z)}=\frac{X(z)}{\mathcal{Z}\left\{\sum_{l=0}^{\infty}(\alpha z^{-2})^l\right\}}=\frac{X(z)}{X(z)/(1-\alpha z^{-2})}=1-\alpha z^{-2} \quad (2分)$$

$$h_d[n]=\mathcal{Z}^{-1}\{H_d(z)\}=\mathcal{Z}^{-1}\{1-\alpha z^{-2}\}=\delta[n]-\alpha\delta[n-2] \quad (1分)$$

其差分方程表示为 $x[n]=y[n]-\alpha y[n-2]$ (1分)

其中 $y[n]$ 是离散时间系统的输入，$x[n]$ 为输出.

它的三种基本单元构成的实现结构如右图所示



(2分)

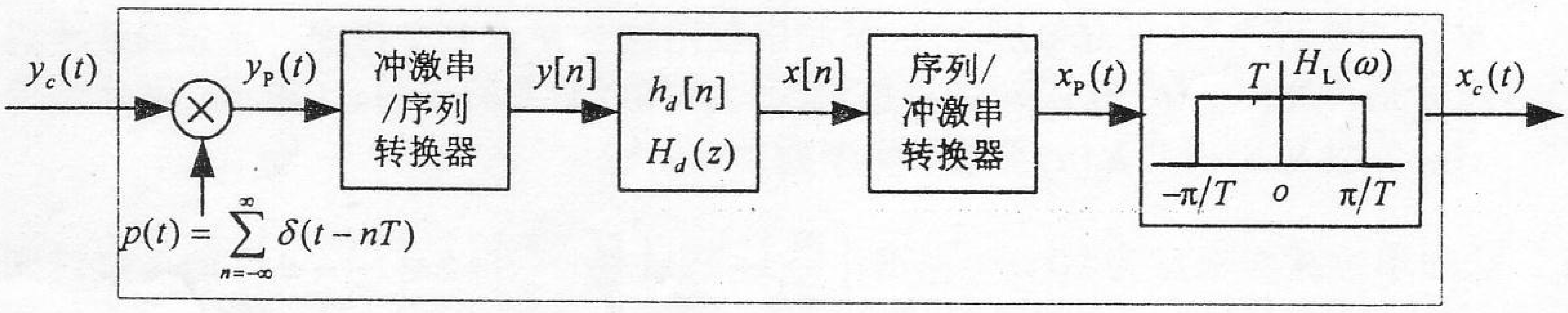
四、某数字滤波器在 Z 平面上只有一个$2N$阶极点$z=0$和一个$2N$阶零点$z=-1$，并已知该滤波器对常数序列输入具有单位增益。试求：(共 35 分)

1. 数字滤波器的系统函数$H(z)$(应确定常数H_0)及其收敛域；(5 分)
2. 数字滤波器的频率响应$\tilde{H}(\Omega)$(或$H(e^{j\Omega})$)，并仍以$N=2$为例，概画出幅频响应$|\tilde{H}(\Omega)|$和相频响应$\tilde{\varphi}(\Omega)$，它是什么类型(低通、高通、带通、全通、线性相位等)滤波器？(7 分)
3. 数字滤波器的单位冲激响应$h[n]$，它是 FIR 还是 IIR 滤波器？并以$N=2$为例，概画出$h[n]$的序列图形。(6 分)
4. 仍以$N=2$为例，试分别画出基于系统函数$H(z)$和单位冲激响应$h[n]$的、该滤波器的两种实现结构(或信号流图)；(10 分)
5. 为了设计频率响应$\tilde{H}_1(\Omega)=\tilde{H}(\Omega-\pi)$的新的数字滤波器，它又是什么类型(低通、高通、带通、全通、线性相位、FIR 和 IIR 等)滤波器？并仍以$N=2$为例，画出新滤波器的两种相应的结构(或信号流图)。(7 分)

五、长途电信网中由于传输线两端负载不匹配，会产生反射现象，若发射信号为$x_c(t)$，经两端多次反射到接收端的信号$y_c(t)$可以表示如下，其中，α为信号来回反射一次的衰减，T_0为来回一次的传输延时。(本题共 20 分)

$$y_c(t)=\sum_{l=0}^{\infty}\alpha^l x_c(t-lT_0)$$

1. 试问从$x_c(t)$到$y_c(t)$的系统是否是的 LTI 系统，并写出它的$h(t)$，什么条件下系统稳定？然后，求出它的逆系统的单位冲激响应$h_I(t)$，此逆系统因果、稳定吗？并画出用连续时间相加器、数乘器和纯延时器构成$h_I(t)$的方框图。(8 分)
2. 如果$x_c(t)$是带限于ω_M的带限信号，即其频谱$X(\omega)=0$，$|\omega|>\omega_M$，可以用离散时间(数字)信号处理的方法，从$y_c(t)$中恢复出$x_c(t)$，处理的方框图如下：



又已知反射延时T_0满足$\pi/\omega_M<T_0<\pi/2\omega_M$，若取抽样间隔$T=T_0/2$，会产生混叠吗？。并试求在$T=T_0/2$时，上图中数字滤波器的单位冲激响应$h_d[n]$，写出其差分方程表示，画出它用三种离散时间基本单元构成的系统方框图(或信号流图)。(12 分)

中国科学院 & 中国科学技术大学

2004年硕士学位研究生入学考试试题参考答案

试题名称： 信号与系统

一、试求下列两小题（共25分）

1. $y(t)=x(t)*h(t)=\left[\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau\right]*\frac{d}{dt}h(t)$ 4分

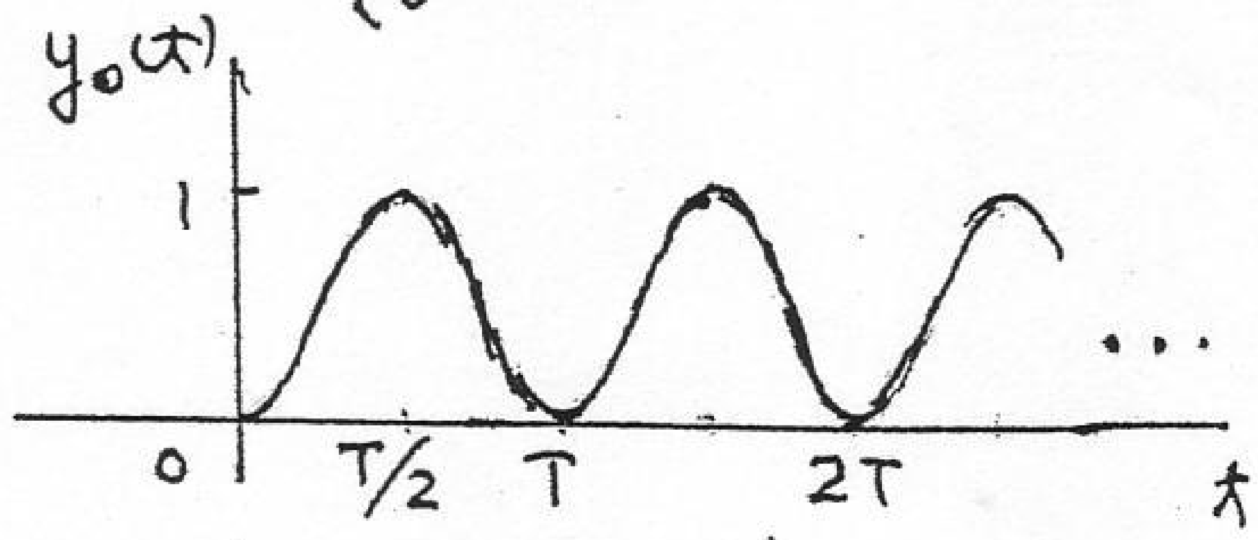
$h(t)=\frac{d}{dt}s(t)=u(t)-2u(t-T)+u(t-2T)$ 2分

$\frac{d}{dt}h(t)=\delta(t)-2\delta(t-T)+\delta(t-2T)$ 1分

令 $y_0(t)=\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t}\frac{\pi}{T}\sin\left(\frac{2\pi\tau}{T}\right)u(\tau)d\tau=\left[\int_{0}^{t}\frac{\pi}{T}\sin\left(\frac{2\pi\tau}{T}\right)d\tau\right]u(t)$

$=\frac{1}{2}\left[1-\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\right]u(t)$ 4分

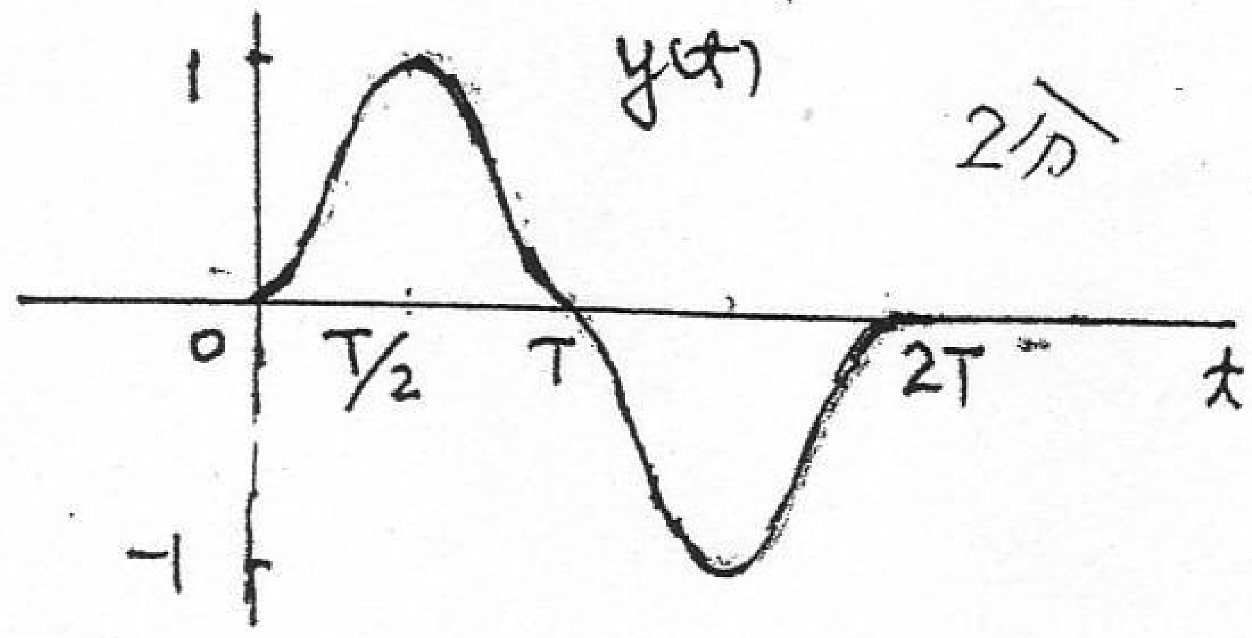
$y_0(t)$的波形如右图所示，因此



$y(t)=y_0(t)*[\delta(t)-2\delta(t-T)+\delta(t-2T)]$

$=y_0(t)-2y_0(t-T)+y_0(t-2T)$ 2分

它的波形如右下图所示 2分



2. 当输入 $x[n]=\delta[n]$ 时，左方程的右边为 $\sum_{k=0}^{\infty}\delta[n-k]=u[n]$，因此系统的单位冲激响应 $h[n]$ 满足的差分方程为： 3分

$h[n]+0.5h[n-1]-0.5h[n-2]=u[n]$.

由于系统为因果LTI系统，故有 $h[n]=0$，$n<0$，只要用后推方程逐推出 $h[n]$，$n\geq 0$ 的各个序列值，后推方程为 3分

$h[n]=u[n]-0.5h[n-1]+0.5h[n-2]$

当 $n=0$ 时，$h[0]=u[0]-0.5h[-1]+0.5h[-2]=1$

$n=1$ 时，$h[1]=u[1]-0.5h[0]+0.5h[-1]=0.5$

$n=2$ 时，$h[2]=u[2]-0.5h[1]+0.5h[0]=1.25$

$n=3$ 时，$h[3]=u[3]-0.5h[2]+0.5h[1]=0.625$

$n=4$ 时，$h[4]=u[4]-0.5h[3]+0.5h[2]=1.3125$

⋮ ⋮

4分

中国科学院 & 中国科学技术大学

2004年硕士学位研究生入学考试试题参考答案

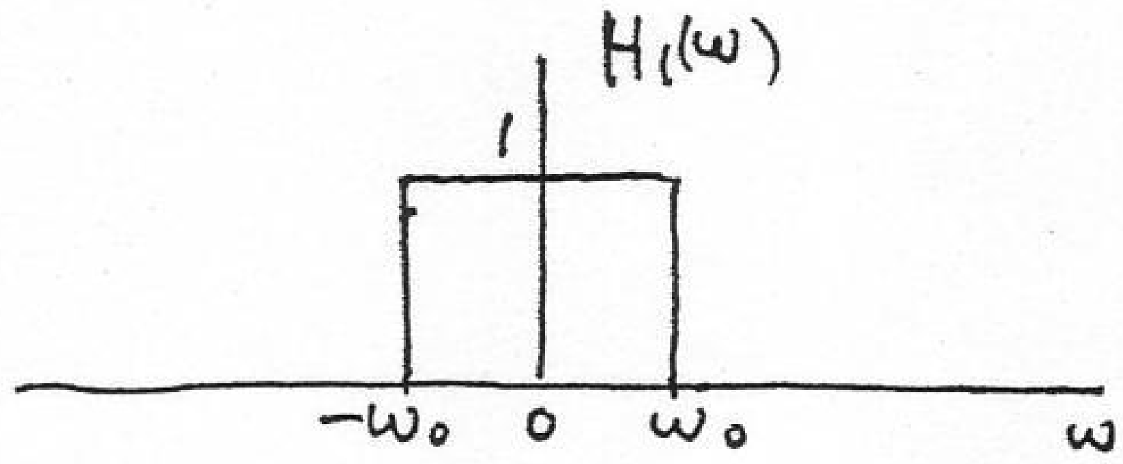
二、解下列3小题（每小题15分，共45分）

1. $h(t)=h_0(t-1)$，$h_0(t)=\dfrac{\sin\omega_0 t}{\pi t}\cdot\dfrac{\sin 2\omega_0 t}{\pi t}$　　2分

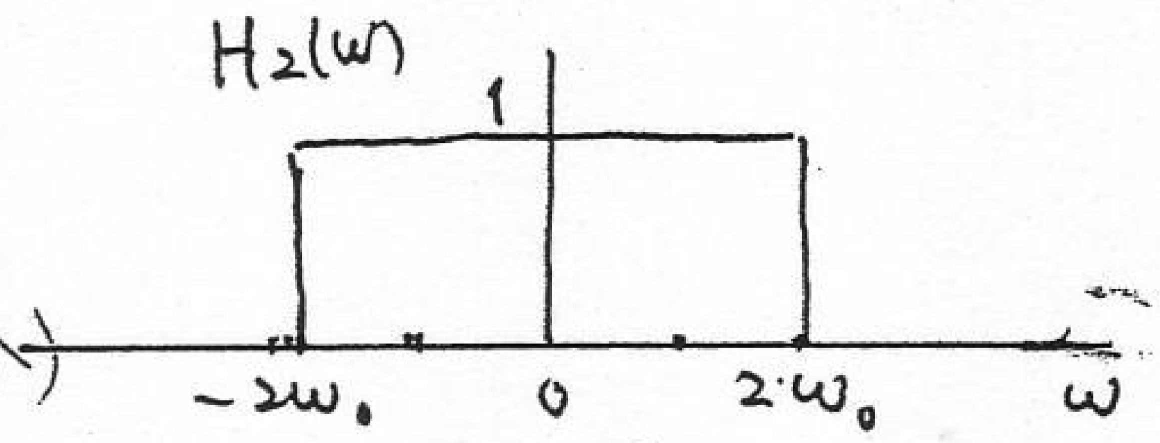
$H(\omega)=H_0(\omega)e^{-j\omega}$，利用频域卷积性质，可求得$h_0(t)$的傅里叶变换，

即 $H_0(\omega)=\dfrac{1}{2\pi}H_1(\omega)*H_2(\omega)$，其中

$$H_1(\omega)=\mathcal{F}\left\{\frac{\sin\omega_0 t}{\pi t}\right\}=\begin{cases}1, & |\omega|<\omega_0\\ 0, & |\omega|>\omega_0\end{cases}$$

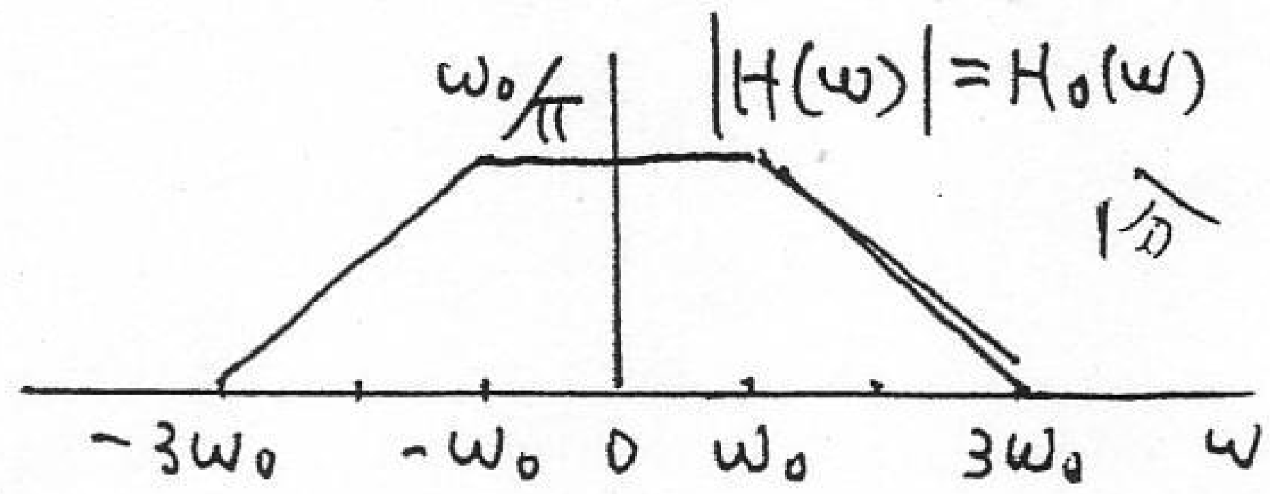


$$H_2(\omega)=\mathcal{F}\left\{\frac{\sin 2\omega_0 t}{\pi t}\right\}=\begin{cases}1, & |\omega|<2\omega_0\\ 0, & |\omega|>2\omega_0\end{cases}$$

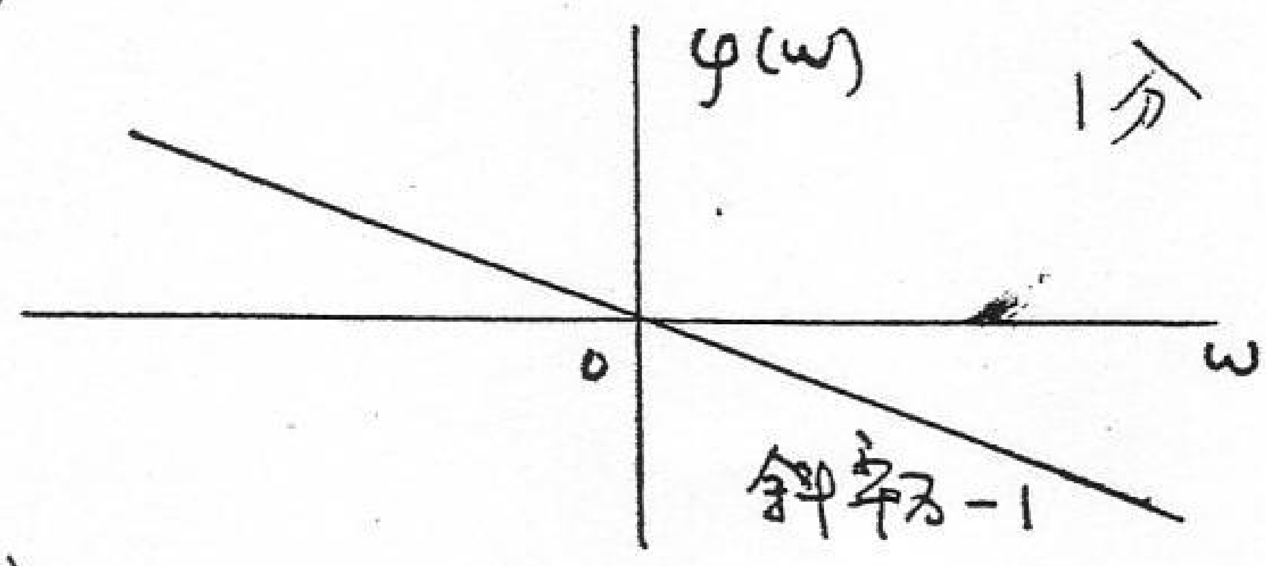


它们分别为截止频率为ω_0和$2\omega_0$的理想低通滤波器，分别如右图所示。（6分）

利用图解法求卷积可以求得



$$H_0(\omega)=\begin{cases}(\omega+3\omega_0)/2\pi & -3\omega_0\le\omega\le-\omega_0\\ \omega_0/\pi & |\omega|<\omega_0\\ (3\omega_0-\omega)/2\pi & \omega_0\le\omega\le3\omega_0\\ 0 & |\omega|>3\omega_0\end{cases}$$　（4分）



系统的频率响应$H(\omega)$为

$$H(\omega)=\mathcal{F}\{h(t)\}=\mathcal{F}\{h_0(t-1)\}$$
$$=H_0(\omega)e^{-j\omega}$$　（1分）

故幅频响应$|H(\omega)|=H_0(\omega)$，相频响应为$\varphi(\omega)=-\omega$，它们的图形如右图所示。

2. 由于连续时间LTI系统的单位冲激响应$h(t)$和其单位阶跃响应的关系为$h(t)=\dfrac{d}{dt}s(t)$，因此系统函数$H(s)=s\cdot S(s)$，即

$$H(s)=\frac{2s}{(s^2+2s+10)(e^{4s}-1)},\quad \mathrm{Re}\{s\}>0.$$　2分

并可改写成　$H(s)=\dfrac{2s\,e^{-4s}}{[(s+1)^2+9](1-e^{-4s})}=H_0(s)\dfrac{1}{1-e^{-4s}}\cdot e^{-4s}$　2分

其中 $H_0(s)=\frac{2(s+1)-2}{(s+1)^2+3^2}=\frac{2(s+1)}{(s+1)^2+3^2}-\frac{2}{3}\frac{3}{(s+1)^2+3^2}$　　$Re\{s\}>-1$

$h_0(t)=\mathcal{L}^{-1}\{H_0(s)\}=2e^{-t}\cos 3t\,u(t)-\frac{2}{3}e^{-t}\sin 3t\,u(t)$　　3分

$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{1-e^{-4s}},\ Re\{s\}>0\right\}=\sum_{n=0}^{\infty}\delta(t-4n)$　　2分

$\mathcal{L}^{-1}\{e^{-4s}\}=\delta(t-4)$　　1分

因此，运用拉氏变换的时域卷积性质，可求得

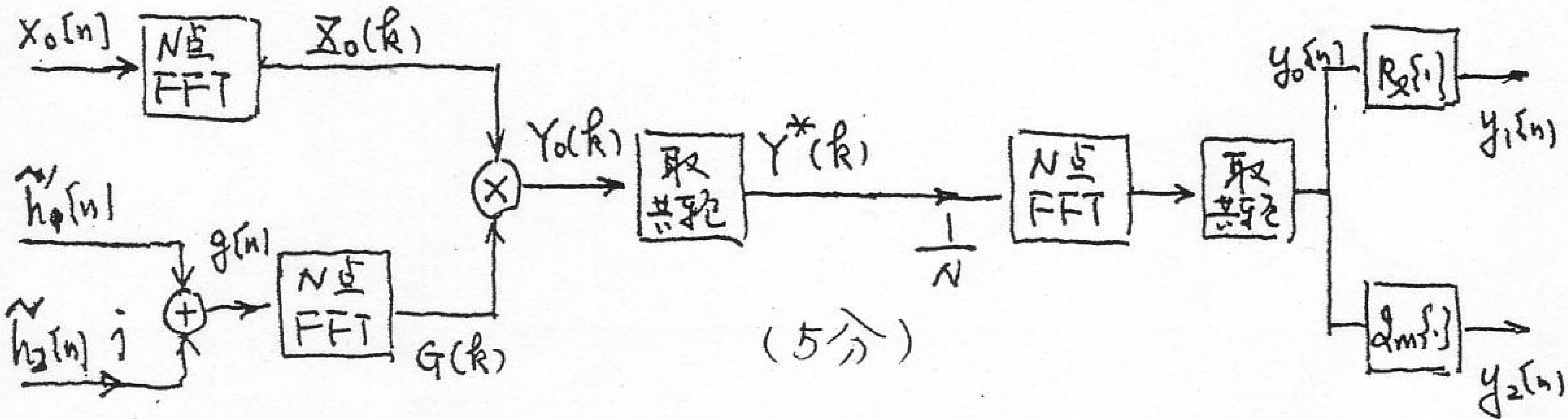
$$h(t)=h_0(t)*\left[\sum_{n=0}^{\infty}\delta(t-4n)\right]*\delta(t-4)$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}h_0(t-4(n+1))=\sum_{n=1}^{\infty}h_0(t-4n)$$　　3分

其中 $h_0(t)=e^{-t}\left[2\cos 3t-\frac{2}{3}\sin 3t\right]u(t)$

该系统既因果，又稳定。　　2分

3. 仅用3次调用的N点FFT程序，同时分别计算出实序列卷积 $y_1[n]=x[n]*h_1[n]$ 和 $y_2[n]=x[n]*h_2[n]$ 的算法框图如下：



（5分）

该算法证明如下：

① 首先用补零的方法把 $x[n]$、$h_1[n]$ 和 $h_2[n]$ 构造成3个N点实序列

即 $x_0[n]=\begin{cases}x[n], & n=0,1,\cdots,M-1\\ 0 & n=M,M+1\cdots N-1\end{cases}$ $\xleftrightarrow{N点DFT}$ $X_0(k)$

$\hat{h}_1[n]=\begin{cases}h_1[n], & n=0,1\cdots L-1\\ 0 & n=L,L+1,\cdots N-1\end{cases}$ $\xleftrightarrow{N点DFT}$ $\hat{H}_1(k)$

$\hat{h}_2[n]=\begin{cases}h_2[n] & n=0,1\cdots L-1\\ 0 & n=L,L+1\cdots N-1\end{cases}$ $\xleftrightarrow{N点DFT}$ $\hat{H}_2(k)$

并把两个N点实序列 $\hat{h}_1[n]$ 和 $\hat{h}_2[n]$ 分别作为实部和虚部，构成一个N点复序列 $g[n]$

即 $g[n]=\hat{h}_1[n]+j\hat{h}_2[n] \xleftrightarrow{N点DFT} G(k)=\hat{H}_1(k)+j\hat{H}_2(k)$ （2分）

② 然后，分别用N点FFT程序计算 $x_0[n]$ 和 $g[n]$ 的N点DFT $X_0(k)$ 和 $G(k)$，这两个N点DFT相乘得到 $Y_0(k)$。即

$$Y_0(k)=X_0(k)G(k)=X_0(k)\hat{H}_1(k)+jX_0(k)\hat{H}_2(k)$$

并根据DFT的正反变换公式，则有

$$y_0[n]=IDFT\{Y_0(k)\}=DFT\left\{\frac{1}{N}Y_0^*(k)\right\}$$

可以用N点DFT程序计算 $Y_0(k)$ 的N点IDFT $y_0[n]$。 4分

③ $y_0[n]=IDFT\{Y_0(k)\}=IDFT\{X_0(k)\hat{H}_1(k)+jX_0(k)\hat{H}_2(k)\}$

$$=x_0[n]*\hat{h}_1[n]+jx_0[n]*\hat{h}_2[n]$$

$$=y_1[n]+jy_2[n].$$

由于 $x_0[n]$，$\hat{h}_1[n]$ 和 $\hat{h}_2[n]$ 分别是M点序列 $x[n]$ 和L点序列 $h_1[n]$ 与 $h_2[n]$ 补零加长的序列，且 $N\geq M+L-1$，因此上述计算出的 $y_0[n]$ 的实部 $y_1[n]$ 和虚部 $y_2[n]$ 正是 $x[n]*h_1[n]$ 和 $x[n]*h_2[n]$。因此只要对 $y_0[n]$ 取实部和虚部，分别可得到 $x[n]*h_1[n]$ 和 $x[n]*h_2[n]$，即 （4分）

$y_1[n]=Re\{y_0[n]\}$，　$y_2[n]=Im\{y_0[n]\}$

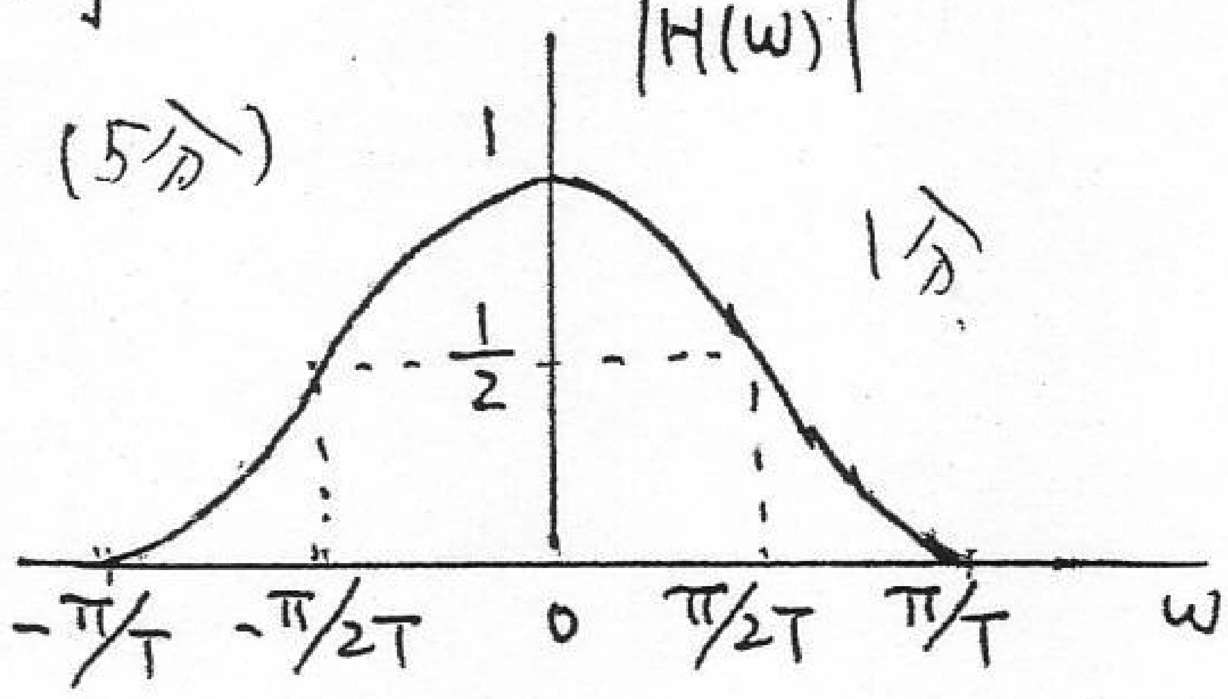
三、2小题分别求解如下：（共25分）

1. h(t)可以写成 $h(t)=\frac{1}{2T}Sa(\frac{\pi}{T}t)*[\delta(t)+2\delta(t-\frac{T}{2})+\delta(t-T)]$ （3分）

由于 $\frac{1}{T}Sa(\frac{\pi}{T}t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} H_{LP}(\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|<\pi/T\\ 0, & |\omega|>\pi/T\end{cases}$ （2分）

利用傅里叶变换的时域卷积性质，可以得到该连续时间LTI系统的频率响应 $H(\omega)$

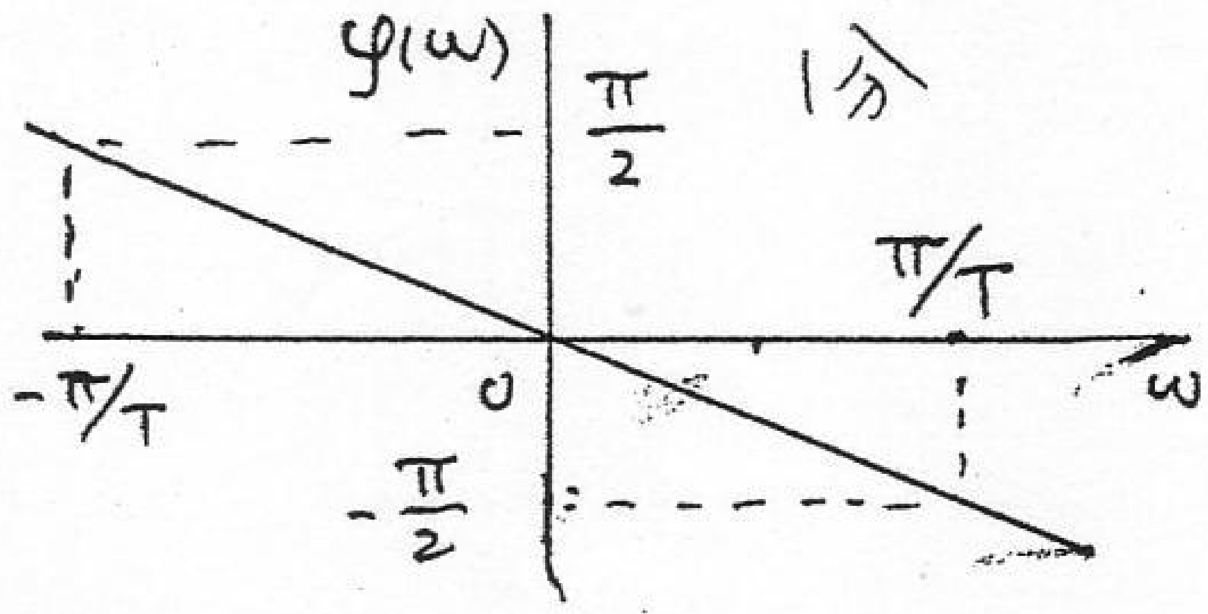
$$H(\omega)=\frac{1}{2}H_{LP}(\omega)[1+2e^{-j\frac{\omega T}{2}}+e^{-j\omega T}]$$
$$=\frac{1}{2}H_{LP}(\omega)e^{-j\frac{\omega T}{2}}[e^{j\frac{\omega T}{2}}+e^{-j\frac{\omega T}{2}}]^2$$
$$=\frac{1}{2}(1+\cos\omega T)H_{LP}(\omega)e^{-j\frac{\omega T}{2}}$$ （5分）



因此，有

$$|H(\omega)|=\begin{cases}\frac{1+\cos\omega T}{2}, & |\omega|<\pi/T\\ 0, & |\omega|>\pi/T\end{cases}$$ 1分

$$\varphi(\omega)=-\frac{\omega T}{2}$$



幅频响应 $|H(\omega)|$ 和相频响应 $\varphi(\omega)$ 的图形如右图所示，它是一个具有线性相位的升余弦低通滤波器。（2分）

2. 输入x(t)可以看成两部分之和，即 $x(t)=x_1(t)+x_2(t)$ （1分）

其中 $x_1(t)=x_0(t)\sin(\frac{2\pi}{T}t)$

由于 $x_0(t)=\frac{\sin(\frac{\pi}{2T}t)}{\pi t} \xleftrightarrow{\mathcal{F}} X_0(\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|<\pi/2T\\ 0, & |\omega|>\pi/2T\end{cases}$

故 $x_1(t)$ 是带限于 $(\pi/2T)$ 的矩形频谱信号 $x_0(t)$ 的正弦调制信号，正弦载波频率为 $\frac{2\pi}{T}$，它的频谱为：

$$X_1(\omega)=\mathcal{F}\{x_1(t)\}=\frac{1}{2}[X_0(\omega+\frac{2\pi}{T})-X_0(\omega-\frac{2\pi}{T})]$$

由此 $x_1(t)$ 通过滤波器的输出频谱 $Y_1(\omega)=X_1(\omega)H(\omega)=0$.

故 $x_1(t)$ 通过滤波器的输出 $y_1(t)=0$. （4分）

$x(t)$ 中的第2部分 $x_2(t)=\sum_{k=0}^{\infty} 2^{-k}\cos[k\frac{\pi}{2T}t+\frac{k\pi}{4}]$，这是一个实周期信号的三角级数展开，基波频率 $\omega_0=\pi/2T$，由于滤波器的频率响应在 $k\frac{\pi}{2T}$ 处为：

$$H(k\frac{\pi}{2T})=\begin{cases}1, & k=0\\ \frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}} & k=1\\ 0 & k\geq 2\end{cases}$$

因此只有 $x_2(t)$ 中的直流分量和基波分量可以通过该滤波器，二次及二次以上的谐波均被抑制，故 $x_2(t)$ 通过滤波器的那部分输出为

$y_2(t)=1+\frac{1}{4}\cos[\frac{\pi}{2T}t]$ （4分）

最后，$x(t)$ 通过系统的输出为 $y(t)=y_1(t)+y_2(t)=1+\frac{1}{4}\cos(\frac{\pi}{2T}t)$ （1分）

四、本题的5个小题分别求解如下（共35分）

1. 根据数字滤波器的零、极点分布，其系统函数为

$H(z)=H_0(1+z^{-1})^{2N}$，$|z|>0$. （4分）

由于滤波器的单位输入的增益为1，即 $H(z)|_{z=1}=1$，故 $H_0=\frac{1}{2^{2N}}$

因此有 $H(z)=\frac{1}{2^{2N}}(1+z^{-1})^{2N}$，$|z|>0$，（1分）

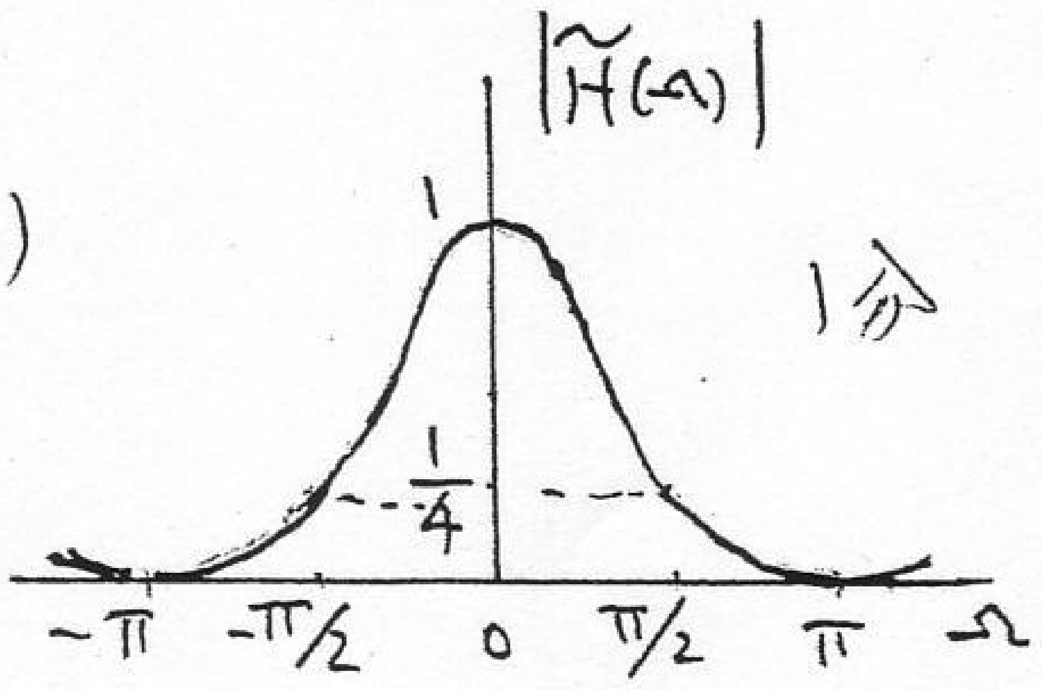
2. $\tilde{H}(\Omega)=H(z)|_{z=e^{j\Omega}}=\frac{1}{2^{2N}}(1+e^{-j\Omega})^{2N}$

$=[\cos\frac{\Omega}{2}]^{2N}e^{-jN\Omega}$ （3分）

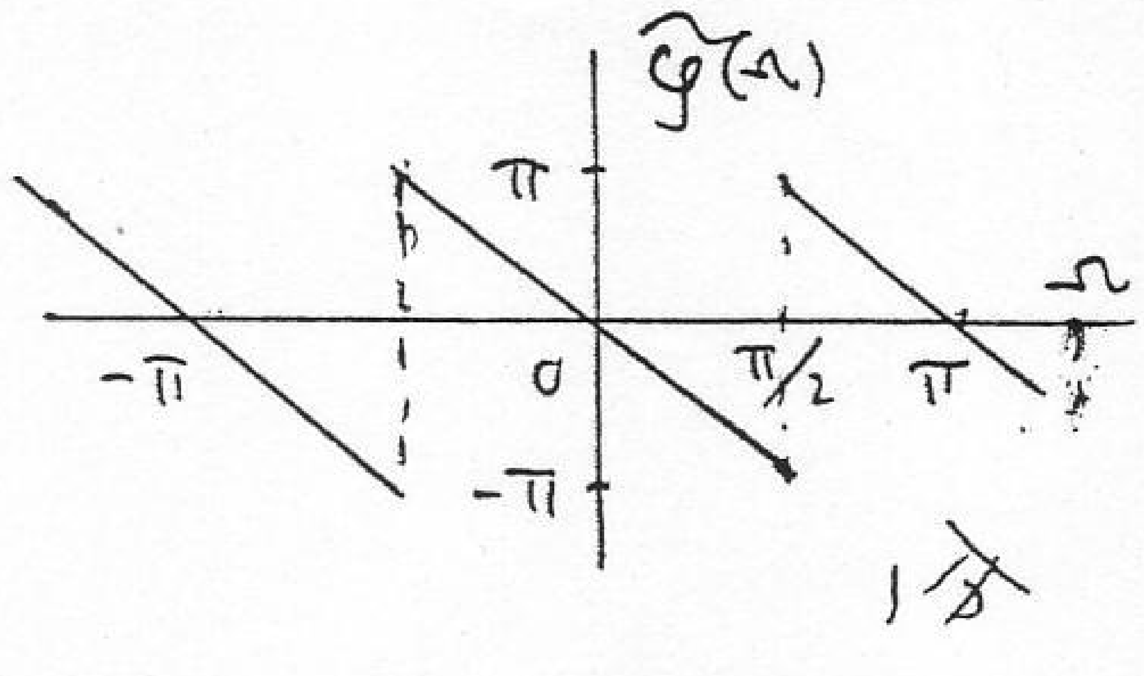
当 $N=2$ 时 $\tilde{H}(\Omega)=[\cos\frac{\Omega}{2}]^{4}e^{-j2\Omega}$

幅频响应 $|\tilde{H}(\Omega)|=[\cos\frac{\Omega}{2}]^{4}$ 1分

相频响应为 $\tilde{\varphi}(\Omega)=-2\Omega$



1分



1分

它们的图形如右图所示。

可见该数字滤波器是线性相位的低通滤波器。（1分）

3. $h[n]=\mathcal{Z}^{-1}\{H(z)\}=\mathcal{Z}^{-1}\left\{\frac{(1+z^{-1})^{2N}}{2^{2N}},\ |z|>0\right\}$

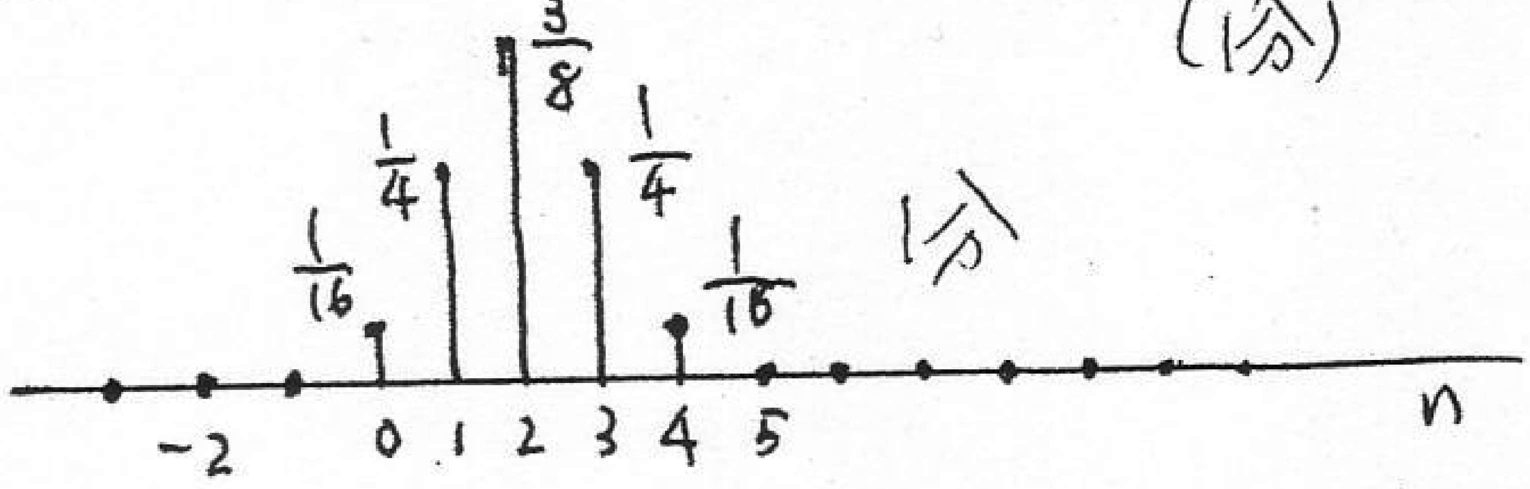
$$=\mathcal{Z}^{-1}\left\{\sum_{k=0}^{2N}\frac{(2N)!}{k!(2N-k)!}z^{-k},\ |z|>0\right\}\frac{1}{2^{2N}}$$

$$=\sum_{k=0}^{2N}\frac{1}{2^{2N}}\frac{(2N)!}{k!(2N-k)!}\delta[n-k]$$ （4分）

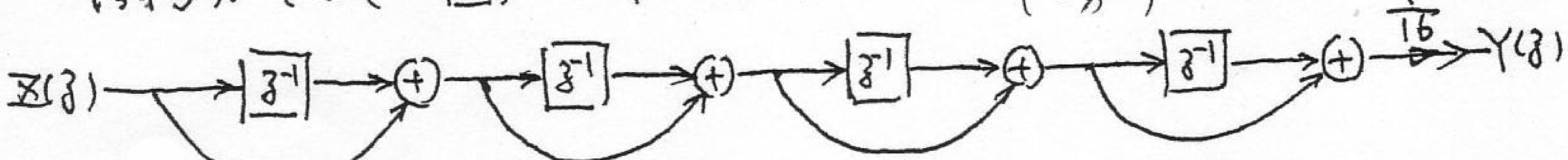
这是一个$(2N+1)$点的二项式系数序列，它是FIR数字滤波器。

当$N=2$时，$h[n]=\frac{1}{16}(\delta[n]+4\delta[n-1]+6\delta[n-2]+4\delta[n-3]+\delta[n-4])$ （1分）

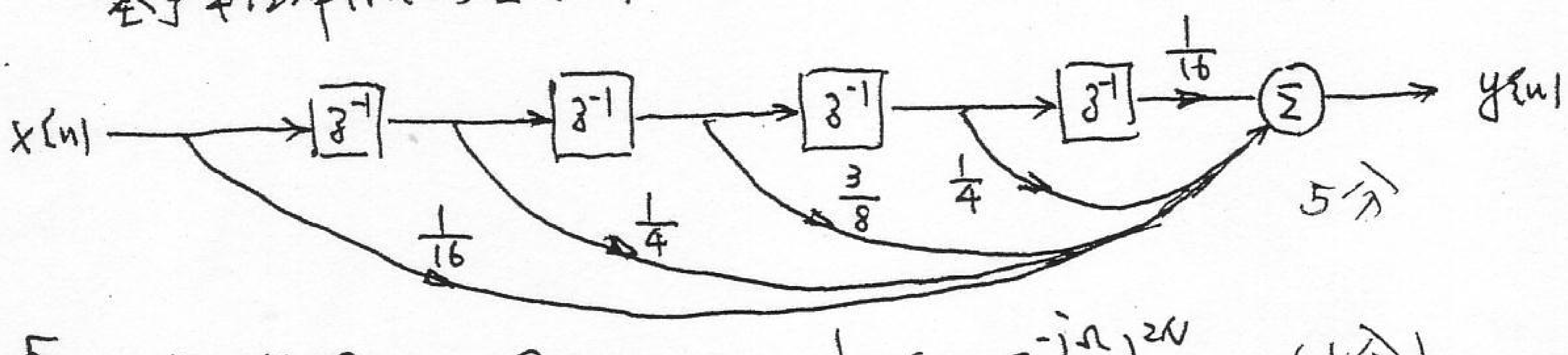
序列图形如右图所示



4. 当$N=2$时，基于系统函数的数字滤波器的级联实现结构为（其中 $\rightarrow\boxed{z^{-1}}\rightarrow$ 为单位延时单元）（5分）



基于单位冲激响应$h[n]$的FIR滤波器直接实现结构为



5. 新滤波器 $\hat{H}_1(\Omega)=\hat{H}(\Omega-\pi)=\frac{1}{2^{2N}}(1-e^{-j\Omega})^{2N}$ （1分）

其系统函数为 $H_1(z)=\frac{1}{2^{2N}}(1-z^{-1})^{2N}$ （1分）

单位冲激响应为 $h_1[n]=\sum_{k=0}^{2N}(-1)^k\frac{1}{2^{2N}}\frac{(2N)!}{k!(2N-k)!}\delta[n-k]$.（1分）

因此，当$N=2$时的两种结构分别为：