



# 中国科学院—中国科学技术大学

## 2004 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

试题名称: 原子物理学

(注: 所有的答案均写在答题纸上)

一. 选择题(共 10 题, 每题 2 分, 共 20 分)(在你选中的答案上画✓)

1. 某原子处在  $^2S_{1/2}$  态时, 当微波发生器频率调到  $1.40 \times 10^{10}$  Hz 时, 发生了顺磁共振。此时恒定磁场的  $B$  值应为

- A. 0.02T; B. 0.500T;  
C. 5.00T; D. 1.40T。

2. 考虑电子的自旋, 碱金属原子光谱中每一条谱线分裂成两条, 且两条线的间隔随波数增加而减少的线系是:

- A. 主线系; B. 锐线系(第二辅线系); C. 漫线系; D. 基线系(柏格曼系)。

3. 在量子力学中, 处在波函数  $\psi$  描述的状态中的粒子, 其任何一个力学量  $A$  的平均值可以写成:

- A.  $\bar{A} = (\psi^*, \hat{A} \psi)$ ; B.  $\bar{A} = \int \psi^* \hat{A} \psi d\tau$ ;  
C.  $\bar{A} = (\psi, \hat{A} \psi^*)$ ; D.  $\bar{A} = \int \psi \hat{A} \psi d\tau$ 。

4. 对波函数  $\psi$  的下列描述, 其中不正确的是:

- A. 波函数是对概率密度的一种描述;  
B. 波函数是对粒子统计行为的一种描述;  
C. 波函数必须是有限、连续、单值的;  
D. 由于粒子在整个空间找到的概率为 1, 因而波函数绝对值不能大于一。

5. 由状态  $2p3d^3D_{3,2,1}$  到  $2s2p^3P_{2,1,0}$  的辐射跃迁:

- A. 可产生 9 条谱线; B. 可产生 7 条谱线;  
C. 可产生 6 条谱线; D. 不能发生。

6.  $\frac{e}{m}$  为电子的荷质比,  $L$ 、 $S$  和  $J$  分别为电子的总轨道、总自旋和总角动量, 则原子的总磁矩为:

- A.  $-\frac{e}{2m}(J+S)$ ; B.  $-\frac{e}{2m}(L+S)$ ;  
C.  $-\frac{e}{2m}(2L+S)$ ; D.  $-\frac{e}{2m} \frac{L+S}{J(J+1)}$ 。

7. 氢原子关于  $\varphi$  角的波函数  $\Phi(\varphi) = Ae^{im\varphi}$ , 则其概率密度为

- A.  $\frac{1}{2\pi}$ ; B.  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ ;  
C.  $A^2 e^{i2m\varphi}$ ; D.  $e^{i2m\varphi}$ 。

试题名称: 原子物理学

共 3 页 第 1 页



8. 力常数为  $k = 35.5 \text{ eV}/\text{\AA}^2$  的氢分子( $\text{H}_2$ )的振动能级间距为:  
 A.  $2 \text{ eV}$ ;      B.  $10 \text{ eV}$ ;      C.  $0.542 \text{ eV}$ ;      D.  $0.054 \text{ eV}$ 。
9. 弗兰克-赫兹实验的重要意义在于它证实了:  
 A. 原子可以被激发;  
 B. 原子内部能量是量子化的;  
 C. 原子核集中了原子的绝大部分的质量;  
 D. 原子空间取向量子化。
10. 质量为  $M$  的原子核与质量为  $m_e$  的电子结合成一个单电子离子。该离子的里德伯常数  $R_M$  与  $R_\infty$  的关系为:  
 A.  $R_M = R_\infty$ ;      B.  $R_M = R_\infty (1 + \frac{m_e}{M})$ ;      C.  $R_M = R_\infty / (1 + \frac{m_e}{M})$ ;      D.  $R_M = R_\infty \frac{m_e}{M}$ 。

二. 填空题(共 8 题, 每空 2 分, 共有 46 分)

1. 某原子基态时  $n=1,2,3$  的壳层和  $4s$  支壳层均已填满,  $4p$  支壳层上只填了一半, 则其原子序数  $Z=$ \_\_\_\_, 此时的电子组态为\_\_\_\_, 基态的原子态是\_\_\_\_。
2. 已知一质量为  $100 \text{ g}$  的小球以速度  $10 \text{ m/s}$  运动, 则其德布罗意波长为  $\lambda=$ \_\_\_\_  $\text{nm}$ 。
3. 小喇曼线的产生与分子的\_\_\_\_状态有关。
4. 利用一维自由粒子的定态波函数  $e^{ipx/\hbar}$  和  $e^{-ipx/\hbar}$ , 可以组合成偶宇称波函数为\_\_\_\_, 奇宇称波函数为\_\_\_\_。
5. 在磁感应强度为  $B$  的磁场中, 波长为  $\lambda$  的谱线发生正常塞曼效应。其  $\sigma$  成份与  $\pi$  成份的波数间距为\_\_\_\_, 频率间距为\_\_\_\_, 波长间距为\_\_\_\_。迎着磁场方向观察, 具有左旋圆偏振光性质的谱线, 其波长为\_\_\_\_。垂直于磁场方向观察, 振动方向垂直于磁场方向的线偏振光, 其波长为\_\_\_\_。(以上数据可用各种常数如  $m, c, e, \mu_B, h$  来表示)。
6. 钙原子 ( $Z=20$ ) 基态时最外层的电子组态为\_\_\_\_, 基态原子态为\_\_\_\_。它的能级分成两套, 即\_\_\_\_重态和\_\_\_\_重态。
7. 跃迁  $^1P_1 \rightarrow ^1S_0$ 、 $^2D_{5/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$  和  $^3F_4 \rightarrow ^3D_3$  发出的光谱线, 在弱磁场时, 它们分别分裂为\_\_\_\_、\_\_\_\_和\_\_\_\_条; 在强磁场时, 它们分别分裂为\_\_\_\_、\_\_\_\_和\_\_\_\_条。
8.  $\mu^+$  子带有  $+e$  电荷, 质量为  $m_\mu = 106 \text{ MeV}/c^2$ ,  $\pi^-$  介子带有  $-e$  电荷, 质量为  $m_\pi = 140 \text{ MeV}/c^2$ 。若这两个粒子组成的奇特原子处于基态, 略去原子的整体运动, 则  $\pi^-$  介子的速率为\_\_\_\_  $c$  ( $c$  为光速, 只需一位有效数字)。

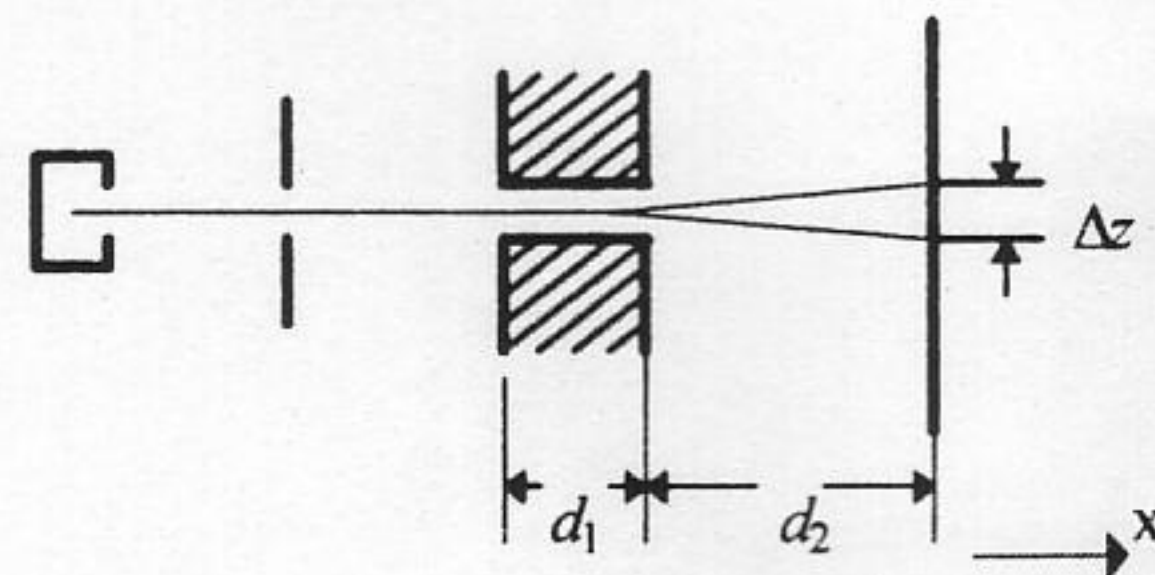


三. 计算题(共 5 题, 共有 84 分)

1. 试对氢原子、单电离的氦离子和二次电离的锂离子分别求其在主量子数  $n = 3$  的状态中的最大与最小谱项值之间的波数间隔。(17 分)

2. 有一质量为  $m$  的粒子在三维势箱中运动, 势箱的长、宽、高各为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 势箱外的势能为  $V = \infty$ , 势箱内的势能为  $V = 0$ , 求粒子可能具有的能量。(17 分)

3. 在斯特恩—盖拉赫实验中, 处于基态的银原子束通过极不均匀的横向磁场并射到屏上, 磁场梯度为  $\partial B/\partial Z = 10^3 \text{ T} \cdot \text{m}^{-1}$ , 磁极的纵向长度  $d_1 = 0.04 \text{ m}$ , 磁极端面到屏的长度  $d_2 = 0.1 \text{ m}$  (如图所示), 如果原子的速率  $v = 500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 在屏上两束分开的距离为  $0.002 \text{ m}$ , 试求原子磁矩在磁场方向上投影  $\mu_z$  的大小 (忽略磁场的边缘效应)。银原子的质量为  $107.90 \text{ u}$ 。(17 分)



4. 钨的  $K$  吸收限为  $0.0178 \text{ nm}$ ,  $K$  线系的平均波长  $\lambda_{k_\alpha}$  为  $0.0211 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{k_\beta}$  为  $0.0184 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{k_\gamma}$  为  $0.0179 \text{ nm}$ 。

(1) 试画出钨的 X 射线能级简图;

(2) 若用高压为  $80 \text{ kV}$  的 X 射线管产生的辐射照在钨上, 利用能级图计算从  $K, L$  和  $M$  壳层击出的电子的最大动能;

(3) 若用  $80 \text{ keV}$  的光子照射钨, 则从  $N$  壳层到  $n = \infty$  之间各层击出的电子的动能范围为多大? (18 分)

5.  $^1\text{H}^{35}\text{Cl}$  吸收带的中心频率为  $f_0 = 8.66 \times 10^{13} \text{ Hz}$ , 在中心两侧的各个吸收峰之间的间隔都约为  $\Delta f \approx 6 \times 10^{11} \text{ Hz}$ 。求: (1)  $\text{HCl}$  分子的零点振动能; (2)  $\text{HCl}$  分子的转动惯量; (3)  $\text{HCl}$  分子的平衡距离 ( $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ )。(15 分)

常数表

普朗克常数	$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4.136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$	里德堡常数	$R_\infty = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$
基本电荷	$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$	阿伏伽德罗常数	$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
复合常数	$hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$	玻耳兹曼常数	$k = 1.380 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} = 8.617 \times 10^{-5} \text{ eV} \cdot \text{K}^{-1}$
电子质量	$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0.511 \text{ MeV}/c^2$	质子质量	$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg} = 938 \text{ MeV}/c^2$
复合常数	$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1.44 \text{ eV} \cdot \text{nm}$	玻尔磁子	$\mu_B = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1} = 5.788 \times 10^{-5} \text{ eV} \cdot \text{T}^{-1}$
玻尔半径	$a_0 = 0.529 \times 10^{-10} \text{ m}$	原子质量单位	$u = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931 \text{ MeV}/c^2$



# 中国科学院—中国科学技术大学

2004 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题参考答案

试题名称： 原子物理学

一. 选择题(共 10 题, 每题 2 分, 共 20 分)

1. B 提示:

$$\because L=0 \quad \therefore g=2$$

$$B = \frac{h\nu}{g\mu_B} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 1.40 \times 10^{10}}{2 \times 9.274 \times 10^{-24}} \text{ T} \approx 0.500 \text{ T}$$

2. A

3. B

4. D

5. D (违反拉波特定则)。

6. A

$$\text{提示: } J=L+S, \mu_J = \mu_L + \mu_S = \frac{-e(L+2S)\hbar}{2m} = \frac{-e(J-S+2S)\hbar}{2m} = \frac{-e(J+S)\hbar}{2m}$$

7. A

8. C

提示: 对  $\text{H}_2$ :  $\mu = m_{\text{H}}/2$

$$\Delta E = h\nu_0 = \frac{h}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m_{\text{H}}}} = \hbar c \sqrt{\frac{2k}{m_{\text{H}}c^2}} = 197 \times 10 \text{ eV} \cdot \text{\AA} \sqrt{\frac{2 \times 35.5 \text{ eV} / \text{\AA}^2}{938 \times 10^6 \text{ eV}}} \\ = 0.542 \text{ eV}$$

9. B

10. C

二. 填空题(共 8 题, 每空 2 分, 共有 46 分)

1. 33;  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^3$ ;  $^4\text{S}_{3/2}$ 。

2.  $6.6 \times 10^{-25} \text{ nm}$ . 提示:  $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$

3. 转动;

$$4. A(e^{\frac{ipx}{\hbar}} + e^{-\frac{ipx}{\hbar}}); \quad A(e^{\frac{ipx}{\hbar}} - e^{-\frac{ipx}{\hbar}})。$$

提示: 前者为偶宇称, 后者为奇宇称。

5. (1)  $\frac{eB}{4\pi mc}$  或  $\frac{\mu_B B}{\hbar c}$ ; (2)  $\frac{eB}{4\pi m}$  或  $\frac{\mu_B B}{\hbar}$ ; (3)  $\frac{eB}{4\pi mc} \lambda^2$  或  $\frac{\mu_B B}{\hbar c} \lambda^2$ ;

(4)  $\lambda - \frac{eB}{4\pi mc} \lambda^2$  或  $\lambda - \frac{\mu_B B}{\hbar c} \lambda^2$ ; (5)  $\lambda \pm \frac{eB}{4\pi mc} \lambda^2$  或  $\lambda \pm \frac{\mu_B B}{\hbar c} \lambda^2$

6.  $4s4s$  (或  $4s^2$ );  $^1\text{S}_0$  (或  $4s4s ^1\text{S}_0$ ); 单(或三); 三(或单)。

7. 3; 12; 21; 3; 3; 3。

8.  $3 \times 10^{-3}$

试题名称: 原子物理学

共 4 页 第 1 页



三. 计算题(共 5 题, 共有 86 分)

1. 解:

对类氢离子, 考虑相对论效应与自旋-轨道相互作用能:

$$E = -\frac{RhcZ^2}{n^2} - \frac{Rhc\alpha^2 Z^4}{n^3} \left( \frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n} \right)$$

$$n=3, l=0, 1, 2 \quad l=0, j=1/2; \quad l=1, j=1/2, 3/2; \quad l=2, j=3/2, 5/2;$$

$$\therefore \text{共有三个不同能级: } E_{\max} \text{ 对应 } j_{\max} = 5/2; \quad (2 \text{ 分})$$

$$E_{\min} \text{ 对应 } j_{\min} = 1/2; \quad (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{边缘谱项波数差: } \Delta\tilde{\nu} = \frac{R\alpha^2 Z^4}{n^3} \left( \frac{1}{j_{\min} + 1/2} - \frac{1}{j_{\max} + 1/2} \right) \quad (6 \text{ 分})$$

氢原子  $Z=1$

$$\Delta\tilde{\nu}_H = \frac{1.097 \times 10^7 \times 10^{-2}}{137^2 \times 3^3} \times \left( \frac{1}{1/2+1/2} - \frac{1}{5/2+1/2} \right) \text{cm}^{-1} \approx 0.144 \text{cm}^{-1} \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{He}^+ \quad Z=2 \quad \Delta\tilde{\nu}_{\text{He}^+} = \Delta\tilde{\nu}_H Z^4 = 0.144 \times 2^4 \text{cm}^{-1} = 2.31 \text{cm}^{-1} \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{Li}^{++} \quad Z=3 \quad \Delta\tilde{\nu}_{\text{Li}^{++}} = \Delta\tilde{\nu}_H Z^4 = 0.144 \times 3^4 \text{cm}^{-1} = 11.7 \text{cm}^{-1} \quad (2 \text{ 分})$$

----(17 分)

2. 解:

在势箱外,  $V = \infty$ , 所以有  $u = 0$ 。

$$\text{在势箱内, 薛定谔方程为: } -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 u = Eu, \quad (3 \text{ 分})$$

设  $u = u_x u_y u_z$ ,  $E = E_x + E_y + E_z$ , 则可分别得三个一维无限高势垒方程。

在  $x$  方向上, 其解为  $u_x = A \cos k_1 x + B \sin k_1 x$

$$E_x = \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m} \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{在 } x=0 \text{ 处的边界条件导致 } A=0, u_x = B \sin k_1 x \quad (3 \text{ 分})$$

在  $x=a$  处  $B \sin k_1 a = 0$ , 因此有

$$k_1 a = n\pi \quad E_x = \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m} = \frac{\hbar^2 n^2 \pi^2}{2ma^2} \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (3 \text{ 分})$$

同样可求得  $E_y, E_z$ 。所以, 有

$$\psi = \sqrt{\frac{8}{abc}} \sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{k\pi y}{b} \sin \frac{l\pi z}{c}, \quad (3 \text{ 分})$$

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m} \left( \frac{n^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2} \right) \quad n, k, l = 1, 2, 3, \dots \quad (3 \text{ 分})$$

----(17 分)

3. 解:

$$\text{原子受力: } f = \mu \frac{dB}{dZ} \cos \beta = \mu_z \frac{dB}{dZ} \quad (4 \text{ 分})$$

$$\text{而 } f = ma$$

$$\text{故 } \mu_z = ma / \frac{dB}{dZ} \quad (4 \text{ 分})$$

$$\text{而 } d_1 = v t_1$$

试题名称: 原子物理学

共 4 页 第 2 页



偏移量  $z_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{d_1}{v}\right)^2$

又  $d_2 = vt_2$

偏移量  $z_2 = v_1t_2 = at_1t_2 = a\frac{d_1d_2}{v^2}$

即  $\Delta z = 2z_1 + 2z_2 = a\left(\frac{d_1}{v}\right)^2 + 2a\frac{d_1d_2}{v^2} = \frac{ad_1(d_1 + 2d_2)}{v^2}$  (3分)

故  $a = \frac{\Delta Zv^2}{d_1(d_1 + 2d_2)}$

$\mu_z = \frac{\Delta Zmv^2}{d_1(d_1 + 2d_2)} \frac{\partial B}{\partial Z}$

$= \frac{107.9 \times 1.66 \times 10^{-27} \times (5 \times 10^2)^2 \times 0.002}{0.04 \times (0.04 + 2 \times 0.10) \times 10^3}$  (6分)

$= 9.3 \times 10^{-24} (\text{J} \cdot \text{T}^{-1})$

此即一个玻尔磁子的理论值。

----(17分)

4. 解:

设 K, L, M... 能级的能量分别为  $E_1, E_2, E_3 \dots$ , 而  $E_\infty = 0$ 。

(1) K 吸收限为 0.0178nm, 可知 K 电子的电离能

$|E_1| = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{1.24 \text{keV} \cdot \text{nm}}{0.0178 \text{nm}} = 69.7 \text{keV}$  (3分)

所以  $E_1 = -69.7 \text{keV}$ , 由  $\lambda_{K\alpha} = 0.0211 \text{nm}$  可知 K, L 能级的间距为

$E_2 - E_1 = \frac{hc}{\lambda_{K\alpha}} = \frac{1.24}{0.0211} = 58.8 (\text{keV})$  (2分)

$\therefore E_2 = E_1 + 58.8 = -10.9 (\text{keV})$  (2分)

同理:  $E_3 = E_1 + hc/\lambda_{K\beta} = -69.7 + 1.24/0.0184 = -2.3 (\text{keV})$  (1分)

$E_4 = E_1 + hc/\lambda_{K\gamma} = -69.7 + 1.24/0.0179 = -0.4 (\text{keV})$  (1分)

据此即可作出钨的 X 射线能级图:

$E(\text{eV})$	$n$
0	$\infty$
-0.4	4 (N)
-2.3	3 (M)
-10.9	2 (L)
-69.7	1 (K)

钨原子 X 射线能级简图

(2)  $V = 80 \text{kV}$  时连续谱光子的最大能量:

$E_\gamma = e \cdot V = 80 \text{keV}$  (2分)

因而从各个壳层击出的光电子最大动能:

K 层:  $E_{e1} = E_\gamma - |E_1| = 80 - 69.7 = 10.3 (\text{keV})$  (1分)

L 层:  $E_{e2} = E_\gamma - |E_2| = 80 - 10.9 = 69.1 (\text{keV})$  (1分)

M 层:  $E_{e3} = E_\gamma - |E_3| = 80 - 2.3 = 77.7 (\text{keV})$  (1分)

(3) 同理从 N 壳层击出的光电子动能:

$E_{e1} = E_\gamma - |E_4| = 80 - 0.4 = 79.6 (\text{keV})$  (1分)

当  $n$  很大时, 电子的结合能忽略不计, 光电子的动能为

$E_e(n = \infty) = E_\gamma = 80 \text{keV}$  (1分)

所以从 N 层以外各层击出的光电子动能范围为 79.6 ~ 80keV (2分)

注: 若给的是原子在失去一个内层电子时能量的 X 射线能级图, 同样也是正确的。(18分)

试题名称: 原子物理学

共 4 页 第 3 页



5. 解:

$$(1) \text{ 零点能: } E_0 = \frac{1}{2} h f_0 = \frac{1}{2} \times 6.63 \times 10^{-34} \times 8.66 \times 10^{13} \text{ J} \\ = 2.87 \times 10^{-20} \text{ J} = 0.179 \text{ eV} \quad (5 \text{ 分})$$

$$(2) 2B = \frac{\Delta f}{c} = 6 \times 10^{11} \text{ Hz} / (3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) = 2 \times 10^3 \text{ m}^{-1}$$

$$\text{转动惯量: } I = \frac{h}{8\pi^2 Bc} = 2.8 \times 10^{-47} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (5 \text{ 分})$$

$$(3) \mu = \frac{35}{36} \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1.614 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{平衡距离: } r = \sqrt{\frac{I}{\mu}} = 1.32 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.132 \text{ nm} \quad (5 \text{ 分})$$

----(15 分)