2010年中国科学技术大学802线性代数与解析几何考研试题（回忆版）

本试题由 kaoyan.com 网友 zhouheng1212 提供

一 填空题 每空 5’

1. 二次曲线 $x^2-4xy+y^2+10x-10y+21=0$ 的类型是______,通过转轴去掉交叉项的转角角度是________。

2. 以曲线 {$y=x^2$ 为准线，原点为顶点的锥面方程为______。
{$z=2$

3. 以 xOy 平面上的曲线 $f(x,y)=0$ 绕 x 轴旋转所得的旋转面方程是______。如果曲线方程为 $x^2-y^2-1=0$，此旋转面的曲面类型是______。

4. 设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 为线性空间 V 中的 4 个相互无关的向量，则向量组 $\alpha_1+\alpha_2$，$\alpha_2+\alpha_3$，$\alpha_3+\alpha_4$，$\alpha_4+\alpha_1$ 的秩等于______。

5. 在 3 维实向量空间 R^3 中，设 $\alpha_1=(-1,1,1)^T$，
$\alpha_2=(1,-1,0)^T$, $\alpha_3=(1,0,-1)^T$, $\beta=(-4,3,4)^T$,则 β 在基
$\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$下的坐标为______。

6. 设 $n>2$,则 det(a_1+b_1 a_2+b_1 ……a_n+b_1)等于______。
(a_1+b_2 a_2+b_2 ……a_n+b_2)
(| | |)
(a_1+b_n a_2+b_n ……a_n+b_n)

7. 设 $n>1$,矩阵 A=[0 ………… 0 a_0]，则 A 的特征多项式为______。
[-1 0 ………… 0 a_1]
[| -1 0 …… 0 a_2]
[| | | | | |]
[0 ……………-1 a_n]

8. γ-矩阵[$\gamma-1$ γ γ^2-1]的 Smith 标准型为______。
[$3\gamma-1$ $\gamma^2+2\gamma$ $3\gamma^2-1$]
[$\gamma+1$ γ^2 γ^2+1]

9. 用 Gram-Schmidt 正交化方法将 R^3 的基{$(1,1,1)^T$，
$(-1,0,-1)^T$, $(-1,2,3)^T$}化成
的标准正交基为______。

10. 定义为所有 n 阶实方阵构成的实线性空间 V 上的对称双线性函数为
f(X,Y)=Tr(【X^T】
Y)，X,Y 属于 V，二次型为 Q(X)=f(X,X)，则 Q(X)的正负惯性指数分别为______。

二 10’ 求方程组{ $x_1+ x_2+ x_3+ x_4+ x_5= 1$ 的通解
{$3x_1+2x_2+ x_3+ x_4-3x_5=-2$
{ $x_2+2x_3+2x_4+6x_5= 5$
{$5x_1+4x_2+3x_3+3x_4- x_5= 0$

三 15’ 设空间上有直线 $l_1=(x-1)/3=y/1=z/0$【*原题如此】, $l_2=(x,y,z)=(3+2t,t,3t-3)$，设平面 π 与直线 l_1, l_2 平行且 π 与 l_1 的距离是 $91^{1/2}$，求 π 的方程。

四 10’ 设 A:U->V 为数域 F 上的线性空间 U 到 V 上的线性映射，证

明:dimKerA+dimImA=dimU
五 15’设 A=(2 -1 1)求方阵 P，使得 P^-1AP 为 A 的 Jordan 标准型
(2 2 -1)
(1 2 -1)
六 10’ 证明酉方阵的特征值模长为 1
七 10’ 设 V 是 n 维欧式空间，"(,)"为其内积，V^*为其对偶项，证明：
（1）对于每个给定的 α 属于 V,映射 f_α：V->R，β->(α，β）是 V^*中的一个元素
（2）映射 f:V->V^*，α->f_α 是 n 维线性空间 V 到 V^*的同构映射
八 20’【*本次考试本题目被取消】设数域 F 上有限维空间 V 上线性变换 A 和 B 满足 AB=【*悲剧了 此处漏记内容了，貌似是 BaA】（a 属于 F，a!=1）且 A 是可逆线性变换，证明
(1)B 为幂零变换
(2)A 和 B 有一个公共特征向量

以上试题来自 kaoyan.com 网友的回忆，仅供参考，纠错请发邮件至 suggest@kaoyan.com。