

中国科学技术大学

2010 年硕士学位研究生入学考试试题

(信号与系统)

所有试题答案写在答题纸上, 答案写在试卷上无效

□ 需使用计算器

√ 不使用计算器

一. 计算题 (1~4 小题每题 5 分, 5~8 小题每题 7 分, 共 48 分)

1. 对于以输入输出关系 $y(t) = x(t) \cos[\omega_0(t-2) + \phi_0]$, $\omega_0 \neq 0$ 描述的系统, 简要判断系统的有记忆性, 线性, 时不变性, 因果性和稳定性。
2. 对于以输入输出关系 $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n+2} (1/2)^{n-k} x[k]$ 描述的系统, 简要判断系统的有记忆性, 线性, 时不变性, 因果性和稳定性。
3. 计算 $\sin(\pi n/2)/(\pi n) * \sin(\pi n/3)/(\pi n)$, 其中符合 $*$ 为卷积运算符号。
4. 计算对连续时间信号 $\text{Sa}^2(\omega_0 t)$ 进行采样的奈奎斯特间隔 T_s 。
5. 已知因果序列 $x[n]$ 的 Z 变换像函数为 $X(z) = \frac{z^{-3}}{1 - 1.5z^{-1} + 0.5z^{-2}}$, 试求序列 $x[n]$ 的初值 $x[0]$ 和终值 $\lim_{n \rightarrow \infty} x[n]$ 。
6. 已知系统的频率响应为 $H(j\omega) = \frac{\omega e^{-j(\omega-3\pi/2)}}{10 - \omega^2 + 6j\omega}$, 求它的单位冲激响应 $h(t)$ 。
7. 计算信号 $x(t) = u(t) - u(t - \pi)$ 与信号 $y(t) = \cos(t)[u(t) - u(t - \pi)]$ 的互相关函数 $R_{xy}(t)$ 。
8. 已知 $X(s) = \frac{1}{(s^2 + \pi^2)(1 + e^{-2s})}$, $\text{Re}\{s\} > 0$, 试求 $x(t)$ 。

二. 已知如图 2(a) 所示周期三角波信号 $x(t)$, 通过一个频率响应特性 $H(\omega)$ 如图 2(b) 所示的 LTI 系统。 (14 分)

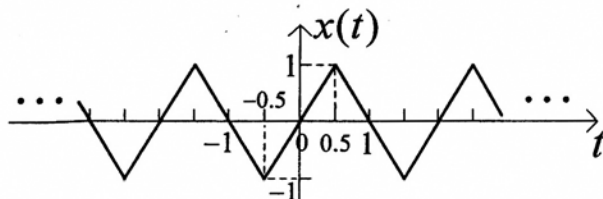


图 2(a)

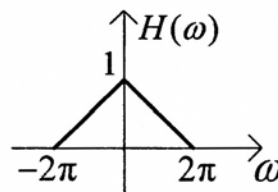


图 2(b)

- 1) 试求输出信号 $y(t)$; (10 分)
- 2) 试求该输出信号 $y(t)$ 的功率与输入信号 $x(t)$ 的功率之比值。 (4 分)

三. 对于如下微分方程描述的连续时间因果系统

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 4 \frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = 2[x(t) + e^{-2t} \int_0^t e^{2\tau} x(\tau) d\tau]$$

已知 $x(t) = u(t)$, 起始条件为 $y(0_-) = 1, y'(0_-) = -5$, 试求: (16 分)

系统的全响应 $y(t), t \geq 0$, 写出系统的零输入响应 $y_{zi}(t)$ 和零状态响应 $y_{zs}(t)$, 自由响应 $y_{fr}(t)$ 和强迫响应 $y_{fo}(t)$, 暂态响应 $y_{tr}(t)$ 和稳态响应 $y_{st}(t)$ 。

四. 某带通系统的频率响应为

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j(\omega - 1000)} + \frac{1}{1 + j(\omega + 1000)}。试求: (17 分)$$

- 1) 该系统的单位冲激响应 $h(t)$; (6 分)
- 2) 概画 $H(j\omega)$ 的幅频响应特性曲线和相频响应特性曲线; (6 分)
- 3) 系统的输入为 $x(t) = (1 + \cos t) \cos(1000t)$, 求输出 $y(t)$ 。(5 分)

五. 现欲对一个已知的 N 点序列 $x[n], 0 \leq n < N$ 进行滤波处理, 所用滤波器是系统函数为 $H(z) = \frac{2z + 4.5 + z^{-1}}{z + 4.5 + 2z^{-1}}$ 的稳定系统。(25 分)

- 1) 确定该滤波器所对应的差分方程, 给出它的规范型实现方框图; (6 分)
- 2) 画出 $H(z)$ 在 z 平面零极点分布和收敛域; (6 分)
- 3) 概画该滤波器的幅频响应特性曲线; (5 分)
- 4) 假设 MATLAB 中存在一个函数 $y = \text{myfilter}(b, a, X)$, 它能够实现对一维序列 X 按照向量 $b = [b(1) \ b(2) \ \dots \ b(nb)]$ 和向量 $a = [a(1) \ a(2) \ \dots \ a(na)]$ 所确定的因果稳定的滤波器 $H_0(z) = \frac{b(1) + b(2)z^{-1} + \dots + b(nb)z^{-(nb-1)}}{a(1) + a(2)z^{-1} + \dots + a(na)z^{-(na-1)}}$ 进行因果滤波。请问能否利用这个函数实现本题的滤波处理? 如果能, 请分析实现方法, 并给出相应的处理过程。(8 分)

六. 现有一长度为 N 的序列 $\{x[n], n = 0, 1, \dots, N-1\}$ 。设 N 可以表达为两个正整数的乘积, 即 $N = ML$, 这里 M 和 L 分别为两个正整数。现欲求序列 $x[n]$ 的 DFT。为减少乘法运算量, 要求将该 N 点 DFT 分解成为若干 M 点 DFT 和若干 L 点 DFT 进行运算。试求: (15 分)

- 1) 推导出分解运算表达式; (10 分)
- 2) 给出分解运算后的复数乘法运算量, 并与直接计算 N 点 DFT 所需的复数乘法运算量作比较, 给出你的结论。(5 分)

七. 用窗函数法设计具有线性相位特性的 FIR 低通滤波器, 系统采样频率为 40kHz。滤波器的幅度特性要求为: 通带截止频率 10kHz, 过渡带宽为 2kHz, 带外最小衰减不低于 50dB。试求: (15 分)

- 1) 根据设计指标要求在下表中选择最佳的窗函数, 导出滤波器阶数 N ; (7 分)
- 2) 若采用窗函数 $w[n]$, 且已经确定滤波器阶数为 N , 试导出该滤波器的单位冲激 (或单位取样) 响应 $h[n]$ 表达式。(8 分)

参考窗函数表

窗函数	主瓣宽度	旁瓣电平	最小阻带衰减
矩形窗: $w[n] = 1, n = 0, \dots, N-1$	$4\pi/N$	-13dB	21dB
三角形窗: $w[n] = \begin{cases} \frac{n}{N/2}, & n = 0, \dots, \frac{N}{2} \\ \frac{N-n-1}{N/2}, & n = \frac{N}{2} + 1, \dots, N-1 \end{cases}$	$8\pi/N$	-25dB	25dB
Hanning 窗: $w[n] = \sin^2(\frac{\pi}{N}n), n = 0, \dots, N-1$	$8\pi/N$	-32dB	44dB
Hamming 窗: $w[n] = 0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi}{N}n, n = 0, \dots, N-1$	$8\pi/N$	-42dB	53dB
Blackman 窗: $w[n] = 0.42 - 0.5 \cos \frac{2\pi}{N}n + 0.08 \cos \frac{4\pi}{N}n, n = 0, \dots, N-1$	$12\pi/N$	-57dB	74dB