浙江工业大学

2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：“(814)计算方法” 共 2 页

★★★★ 答题一律做在答题纸上，做在试卷上无效。 ★★★★

一、 填空（共 30 分，每题 5 分）

1. 近似数 x_1 的相对误差是 $e_r(x_1)$，x_2 的相对误差是 $e_r(x_2)$，则 $x_1 \cdot x_2$ 的相对误差 $e_r(x_1 \cdot x_2) \approx$ ________.

2. 方程 $e^x - x^2 + 3x - 2 = 0$ 在区间 $[0,1]$ 内有________个实根.

3. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 6 \end{bmatrix}$，则范数 $\|A_\infty\| =$ ________.

4. 对次数不超过________的多项式，其 n 次插值多项式就是其本身.

5. 求积公式 $\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x \approx \frac{1}{2}\left[f(-1) + 2f(0) + f(1)\right]$ 有________次代数精度.

6. 写出结合阿当姆斯外推公式和内插公式的预测校正系统________.

二、计算分析题（共 120 分，每题 15 分）

1. 设 $y_0 = 28$．按递推公式

$$y_n = y_{n-1} - \frac{1}{100}\sqrt{738},\ n = 1, 2, \cdots$$

计算到 y_{100}，若取 $\sqrt{738} \approx 27.982$（5 位有效数字），试问计算到 y_{100}，将有多大误差？

2. 设 $\varphi(x)=x+c\left(x^2-3\right)$，应如何选取 c 才能使迭代格式 $x_{k+1}=\varphi(x_k)$ 具有局部收敛性？

3. 设正数序列 $\{x_n\}(n=0,1,2,\cdots)$ 由以下递推公式产生

$$x_{n+1}=\frac{x_n}{2}+\frac{2}{x_n}$$

其中，$x_0>0$ 为任意初值.

(1) 证明：该序列为单调减有下界序列 $(n\geq 1)$，并求出 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$；(8 分)

(2) 证明：该序列具有二次收敛速度. (7 分)

4. 用矩阵直接三角法分解法解方程组.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \\ 6 & 1 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 6 \\ 11 \\ 13 \end{bmatrix}$$

5. 证明给定线性方程组高斯-赛德尔迭代发散.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

6. 对于 n 次拉格朗日基本插值多项式，证明 $\sum\limits_{j=0}^{n}x_j^k l_j(x)=x^k$，$k=0,1,\cdots,n$.

7. 用复化梯形法计算积分 $\int_0^1\frac{x}{4+x^2}\mathrm{d}x$，$n$=8 即把区间 8 等分.

8. 用经典的龙格-库塔法求解初值问题

$$\begin{cases} y'=-2xy \\ y(0)=1 \end{cases}$$

其中 $x\in[0,0.4]$，步长 $h=0.2$.