浙江工业大学

2008 攻读硕士学位研究生入学考试试题（A 卷）

考试科目：（619） 高 等 数 学 共 2 页

★★★★ 答题一律做在答题纸上，做在试卷上无效。 ★★★★

一、填空题：（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

（1）$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}=$____________。

（2）设函数 $f(x)=\int_0^{\sqrt{x}} e^{t^2}dt$，则微分 $df(x)=$____________。

（3）$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x dx=$____________。

（4）设函数 $y=f(x)$ 由方程 $\sin(xy)+y=1$ 所确定，则曲线在 $x=0$ 处的切线方程为____________。

（5）已知二阶常系数线性齐次微分方程的通解为 $y=e^x(c_1\cos x+c_2\sin x)$，则这个微分方程为____________。

（6）设 $f(x)=\begin{cases}(\cos x)^{\frac{1}{x\sin x}} & x\neq 0\\ a & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$________。

二、单项选择题（本题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

（7）当 $x\to 0$ 时，$\alpha(x)=1-\cos\sqrt{x}$ 与 $\beta(x)=e^x-\cos x$ 相比是（ ）无穷小。

（A）高阶 （B）低阶 （C）等阶 （D）同阶不等价

（8）曲线 $y=\dfrac{bx}{|x|(x-a)}$ $(a>0,b\neq 0)$ 的渐近线（ ）

（A）有一条 （B）有二条 （C）有三条 （D）条数与 a、b 有关

（9）D 为圆域 $x^2+y^2\le 1$，则二重积分 $\iint\limits_D \sqrt[5]{(x^2+y^2)^2}\,dxdy$ 之值为（ ）

（A）π （B）$\dfrac{5}{7}\pi$ （C）$\dfrac{10}{9}\pi$ （D）$\dfrac{5}{6}\pi$

（10）二元函数 $z=f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处具有一阶偏导数是函数 $z=f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处可微的（ ）条件

（A）充分非必要 （B）充要

（C）必要非充分 （D）既非充分也非必要

（11）$x=1$是函数$y=\arctan\dfrac{1}{x-1}$的（　　）间断点

（A）第一类跳跃　（B）第一类可去　（C）第二类无穷　（D）连续点

（12）设$f(x)$为大于零的连续函数，$I_1=\int_0^1 f(x)dx$　$I_2=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx$，

$I_3=\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)dx$　则（　　）

（A）$I_1<I_2<I_3$　（B）$I_3<I_1<I_2$　（C）$I_2<I_3<I_1$　（D）$I_1<I_3<I_2$

三、解答题：（本题共8小题，满分90分，要求写出演算步骤及证明过程）

（13）（本题满分10分）

求极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(e^x-1-x)^2}{(\sqrt{1-x^2}-1)\sin^2 x}$

（14）（本题满分10分）

计算二重积分$\iint\limits_D \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$，其中$D=\{(x,y)|1\le x^2+y^2\le 2x\}$

（15）（本题满分12分）

设$f(x)$为连续函数，且$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)+3}{\ln(x-1)}=1$,求$f(x)$在$x=2$处的极限值、函数值和导数值。

（16）（本题满分12分）

设$z=f(2x-3y,xy)$，其中f具有二阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

（17）（本题满分12分）

设曲线$y=e^{2x}$，过原点作曲线的切线l。

（1）　求曲线$y=e^{2x}$与切线l以及 直线$x=0$所围成的平面区域D_1的面积。

（2）　求曲线$y=e^{2x}$与切线l以及 直线$y=0$所围成的平面区域D_2的面积。

（3）求D_1绕x轴旋转而成的立体的体积。

（18）（本题：满分12分）

试证：当$x>0$时　$1+x\ln(x+\sqrt{1+x^2})>\sqrt{1+x^2}$

（19）（本题满分12分）

求解微分方程$\dfrac{dy}{dx}=(\tan x)y+\cos x$满足$y|_{x=\pi}=1$的特解。

（20）（本题满分10分）

设$f(x)$处处连续，且$f(x)>0$，$F(x)=\int_0^x (x^2-t^2)f(t)dt$，求$F'(x)$,并在$(-\infty,+\infty)$内讨论$F(x)$的单调性。