第四题（25 分）在一维势场 $V(x)=\begin{cases}0,(x<0)\\V_0,(x>0)\end{cases}$ 中，由能量为 E 的粒子组成的粒子束从 $x=-\infty$ 入射。这里 V_0 为正常数。在以下两种情况下，分别求透射率和反射率：（1）$E=2V_0$；（2）$E=V_0/2$。

第五题（25 分）两个全同粒子分别占据某一维体系的两个不同能级 E_a 和 E_b [相应的归一化能量本征函数分别为 $\psi_a(x)$ 和 $\psi_b(x)$]。记 $\int_{-\infty}^{+\infty}\psi_a^*(x)x\psi_b(x)dx\equiv<x>_{ab}$，

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\psi_a^*(x)x\psi_a(x)dx\equiv<x>_a,\quad \int_{-\infty}^{+\infty}\psi_b^*(x)x\psi_b(x)dx\equiv<x>_b,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\psi_a^*(x)x^2\psi_a(x)dx\equiv<x^2>_a,\quad \int_{-\infty}^{+\infty}\psi_b^*(x)x^2\psi_b(x)dx\equiv<x^2>_b$$

不考虑粒子的自旋，分“可分辨”、“全同玻色子”和“全同费米子”三种情况，（1）写出两粒子体系的波函数；（2）求 $(x_1-x_2)^2$ 的平均值，并简单讨论计算结果。

第六题（25 分）两个电子被紧紧地束缚在某种固体的不同的邻近位置上，这样，它们就是可分辨的，而且可以用它们各自的 Pauli 矩阵 $\vec{\sigma}^{(1)}$ 和 $\vec{\sigma}^{(2)}$ 描述。已知它们的相互作用哈密顿算符为 $H=-J[\sigma_x^{(1)}\sigma_x^{(2)}+\sigma_y^{(1)}\sigma_y^{(2)}]$，其中 J 为正常数。（1）写出系统力学量的完全集。（2）系统有几个能级？求能级值。

第七题（25 分）单摆长度为 l，一端固定，另一端系质点 m，在竖直平面内摆动。取质点 m 平衡位置为重力势能零点，摆角（摆线与铅直线的夹角）为 θ 时，$V=mgl(1-\cos\theta)$。

当摆角很小时，$V=\frac{1}{2}mgl\theta^2-\frac{1}{24}mgl\theta^4+\cdots$。

（1）在小角度近似下，取 $V\approx\frac{1}{2}mgl\theta^2$。如果引入沿弧线的位移 $x=l\theta$，写出单摆的哈密顿量，并求能级。

（2）将 $H'=-\frac{1}{24}mgl\theta^4$ 看作微扰哈密顿量，计算基态能量的一级修正。

浙江工业大学

2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：“(607)量子力学” 共 2 页

★★★★ 答题一律做在答题纸上，做在试卷上无效。 ★★★★

第一题（10 分）请简单介绍两个没有经典物理对应的量子力学效应。

第二题（15 分）$t=0$ 时，氢原子的波函数为

$$\psi(\vec{r},0)=\frac{1}{\sqrt{10}}[2\psi_{100}+\psi_{210}+\sqrt{2}\psi_{211}+\sqrt{3}\psi_{21-1}]$$

（1）记氢原子基态能量为 K，求 t 时刻的波函数；（2）求 t 时刻体系能量的平均值（用电子伏特表示）；（3）求 t 时刻体系处在 $l=1$， $m=1$ 态的几率；（4）如果作一次测量后发现 $L^2=2\hbar^2$， $L_Z=\hbar$，求测量后瞬间体系的波函数。

第三题（25 分）

（1）质量为 m 的粒子，处在宽度为 a 的一维无限深方势阱中：$V(x)=\begin{cases}0,(-\frac{a}{2}<x<\frac{a}{2})\\ \infty,(\text{其他位置})\end{cases}$。

求所有偶宇称能级的能量本征值及其归一化的能量本征函数。

（2）简谐振子的哈密顿算符为 $H=\frac{p^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2$。引入算符：$a=\left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)^{1/2}(x+\frac{i}{m\omega}p)$，

$a^+=\left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)^{1/2}(x-\frac{i}{m\omega}p)$。已知 $a\psi_0(x)=0$， $a^+\psi_0(x)=\psi_1(x)$，这里 $\psi_0(x)$ 和 $\psi_1(x)$ 分别是基态和第一激发态的归一化波函数。求 $\psi_0(x)$ 和 $\psi_1(x)$。

[可能用到的定积分： $\int_{-\infty}^{+\infty}\exp(-\alpha x^2)dx=\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$]