

浙江工业大学

2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目: (605) 数学分析 共 1 页

★★★★ 答题一律做在答题纸上, 做在试卷上无效。 ★★★★★

一、(40 分)

- 1、用 $\varepsilon - \delta$ 语言陈述“函数 $f(x)$ 在实数集 E 上不一致连续”(10 分)。
- 2、“连续函数都可作为某些函数的导函数”是否正确, 试评述之(15 分)。
- 3、一致收敛的概念主要出现在哪些地方, 这一概念在其中起什么作用(15 分)?

二、(45 分)

1、求 $\lim_{x \rightarrow 0+} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{1-\cos x}}$ (10 分)。

2、设 $x = \sin t, y = \cos t$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ (5 分)。

3、设 $f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2x & 0 \leq x \leq 1 \\ x+1 & x > 1 \end{cases}$, 求 $\int f(x) dx$ (10 分)。

4、求函数 $f(x) = \ln \frac{1}{1-x}$ 的马克劳林级数(10 分)。

5、计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} (x^2 \cos \alpha + y^2 \cos \beta + z^2 \cos \gamma) dS$, 其中 Σ 为曲面 $x^2 + y^2 = z^2 (0 \leq z \leq h)$, $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 为该曲面外法线的方向余弦(10 分)。

三、(65 分)

1、若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b \neq 0$, 其中 $a, b \in (-\infty, +\infty)$, 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{a}{b}$ (20 分)。

2、设 $\{f_n(x)\}$ 在 $[a, b]$ ($a, b \in (-\infty, +\infty)$) 上一致收敛于 $f(x)$, 且对每个自然数 n ,

f_n 在 $[a, b]$ 上有界, 证明 $\{f_n\}$ 在 $[a, b]$ 上一致有界(20 分)。

3、对多元函数, (1) 将“偏导连续必可微”表述为定理形式并予以证明; (2) 举例说明“可微时偏导不一定连续”(25 分)。