

★★★★ 答题一律做在答题纸上, 做在试卷上无效。 ★★★★★

注意: 本试卷中 $u(t)$, $\delta(t)$ 和 $u[n]$, $\delta[n]$ 分别为连续和离散时间单位阶跃信号, 单位冲激信号:

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}, \quad \delta(t) = \frac{du(t)}{dt}, \quad u[n] = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases}, \quad \delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

★★

- (15分) 一个系统输入 $x(t)$ 和输出 $y(t)$ 的关系为: $y(t) = x(\sin(t))$ 。判断:
 - 该系统是否线性;
 - 该系统是否因果。
 给出理由。
- (15分) 一个线性时不变(LTI)系统, 当输入为单位阶跃信号 $u(t)$ 时, 其输出为 $y_s(t)$ 。
 - 当输入为图 1所示 $x(t)$ 时, 求系统的输出 $y(t)$ 。

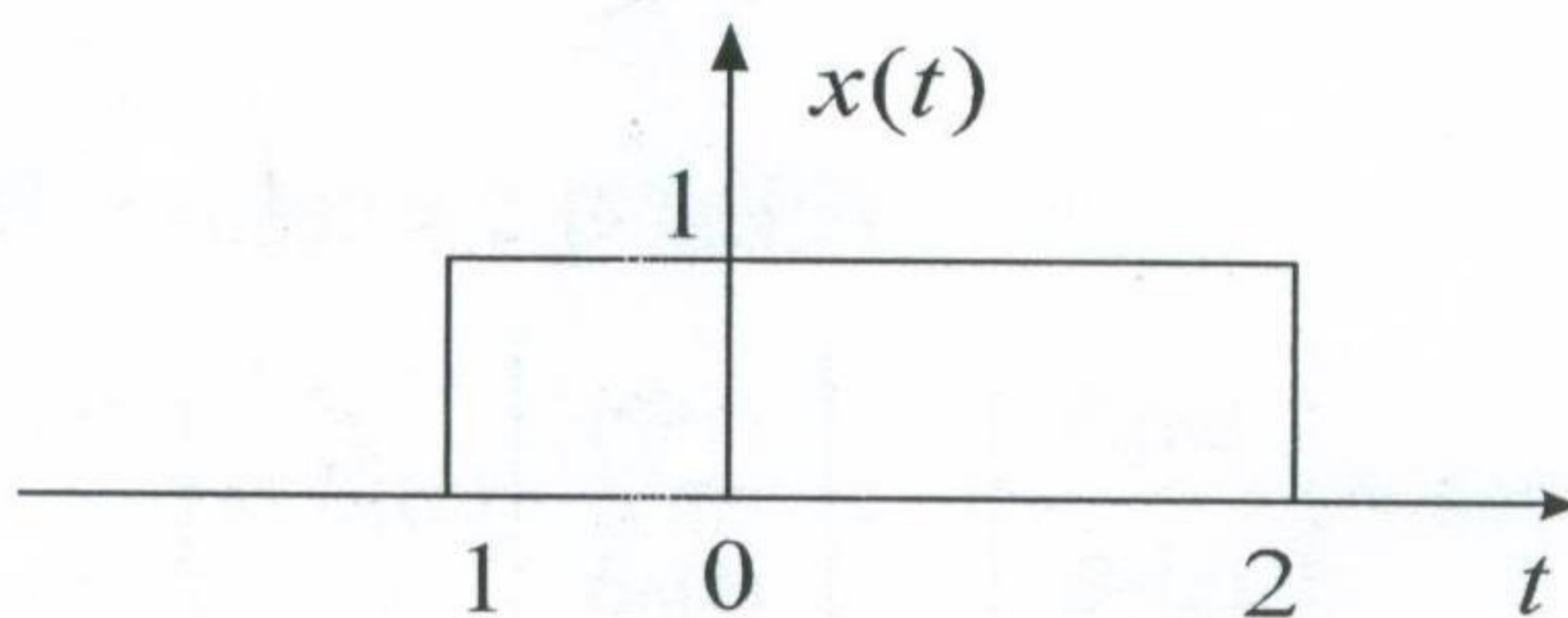


图 1: 信号 $x(t)$ 。

- 若 $y_s(t) = e^{-t}u(t) + u(-1-t)$, 求出该系统的单位冲激响应。
- (20分) 求: $x(t) = e^{|t|}$ 的傅立叶变换 $X(j\omega)$ 。利用此变换对, 求:
 - $y(t) = te^{|t|}$ 的傅立叶变换 $Y(j\omega)$ 。
 - $g(t) = \frac{t}{(1+t^2)^2}$ 的傅立叶变换。

4. (25分) 设 $w(t)$ 为任意信号。定义： $p(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} w(t - mT)$, 其中, T 为常数。
- (a) 证明: 对任何 $T > 0$, $p(t)$ 为周期信号。
- (b) 设 $\tau > 0$ 为常数且 $T > \tau$ 。定义： $w(t) = [u(t + \frac{\tau}{2}) - u(t)] - [u(t) - u(t - \frac{\tau}{2})]$, 其中 $u(t)$ 为单位阶跃信号。求出 $p(t)$ 的复指数傅立叶级数(Complex Exponential Fourier Series)表达式。
- (c) 设 $X(j\omega)$ 为低通信号 $x(t)$ 的傅立变换且满足 $X(j\omega) = 0, |\omega| \leq \omega_l$, 其中 ω_l 为一常数。 $p(t)$ 由本题(b)给出。求信号 $\tilde{x}(t) = x(t)p(t)$ 的傅立变换 $\tilde{X}(j\omega)$ 。在什么条件下才能从 $\tilde{x}(t)$ 中将 $x(t)$ 检测出来? 给出一个检测方案。

5. (15分) 设 $x[n] = \alpha^n u[n]$, 其中, $|\alpha| < 1$, $u[n]$ 为单位阶跃信号。求:
- (a) $x[n]$ 的离散时间傅立变换(DTFT)。
- (b) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n-2} x[k]$ 的离散时间傅立变换(DTFT)。

6. (15分) 已知某LTI离散系统: $y[n] + 0.25y[n-1] - 0.375y[n-2] = x[n-1]$
- (a) 求: 系统函数 $H(z)$, 并画出系统的零极点图。
- (b) 若此系统是因果的, 求其单位冲激响应。

7. (20分) 已知格型网络如图2所示。记 $S(z)$ 为信号 $s[n]$ 的 z -变换。

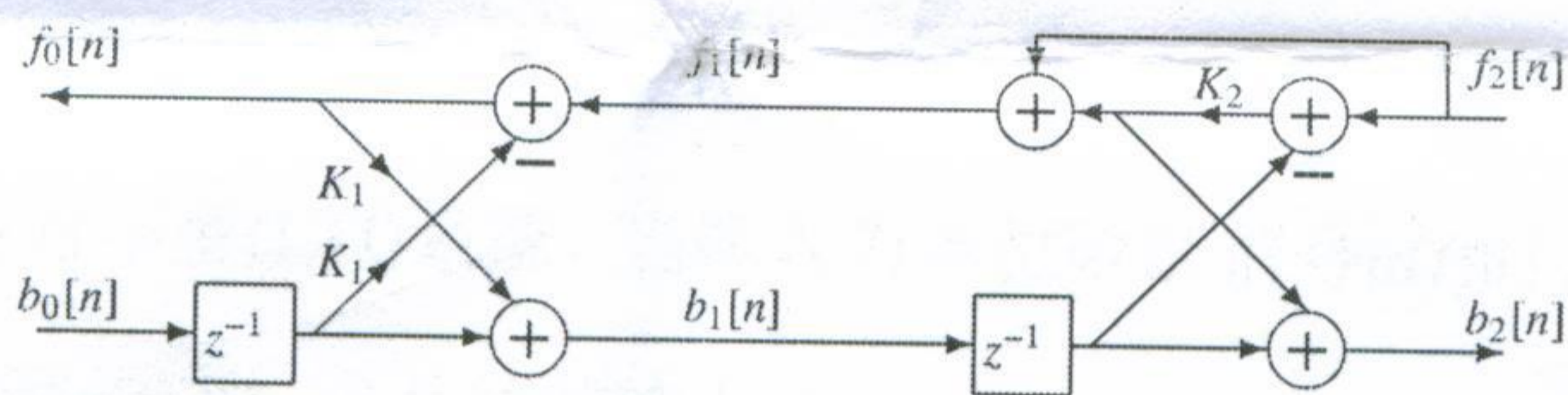


图 2: 格型网络框图

- (a) 设 $L_1(z), L_2(z)$ 为满足下式的 2×2 传输矩阵:

$$\begin{bmatrix} F_1(z) \\ B_1(z) \end{bmatrix} = L_1(z) \begin{bmatrix} F_0(z) \\ B_0(z) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} F_2(z) \\ B_2(z) \end{bmatrix} = L_2(z) \begin{bmatrix} F_1(z) \\ B_1(z) \end{bmatrix}$$

求出图2所对应的 $L_1(z), L_2(z)$ 。

- (b) 设图2中, $f_2[n] = x[n], f_0[n] = b_0[n] = y[n]$ 。求以 $x[n]$ 为输入, $y[n]$ 为输出的系统函数 $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ 。如果 $K_2 = 1.2345$, 该系统稳定吗? 给出理由。

8. (25分) 设 $A(z) = a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3}$, 其中, $a_k, k = 0, 1, 2, 3$ 均为实数。

- (a) 给出 $A(z)$ 具有线性相位的条件。

- (b) 若 $A(e^{j\Omega}) = |A(e^{j\Omega})| e^{j\phi(\Omega)}$, 求数字滤波器 $H(z) = \frac{z^{-3}A(z^{-1})}{A(z)}$ 的幅频响应和相频响应。