考试科目： (607)量子力学 共 2 页

★★★★ 答题一律做在答题纸上，做在试卷上无效。 ★★★★

第一题（10 分）

写出量子力学中的基本对易关系（即坐标算符 x, y, z 与动量算符 p_x, p_y, p_z 之间的对易关系）；写出轨道角动量算符 L_x, L_y, L_z 之间的对易关系。

第二题（10 分）

简述量子力学的基本原理之一“统计诠释”（以对处于 ψ 态的粒子测量力学量 A 为例，重点说明量子力学如何确定可能的测量值及其出现的几率）。

第三题（10 分）

请列举 3 个没有经典物理对应的纯粹量子力学效应。

第四题（10 分）

对质量为 m，固有角频率为 ω 的一维简谐振子，利用不确定性关系估算基态能量。

第五题（10 分）

氢原子的基态能量是 -13.6 电子伏特；基态波函数是 $\psi_{100}(r,\theta,\varphi) = \dfrac{\exp(-r/a)}{\sqrt{\pi a^3}}$，这里 a 是玻尔半径。求氦离子的基态能量，写出它的基态波函数。

第六题（20 分）

已知 $t=0$ 时，简谐振子的初始波函数为 $\Psi(x,0) = A[3\psi_0(x) + 4\psi_2(x)]$，这里 $\psi_0(x)$ 和 $\psi_2(x)$ 是一维简谐振子 $H = \dfrac{p^2}{2m} + \dfrac{1}{2}m\omega^2 x^2$ 基态和第二激发态的归一化波函数。

（1）求归一化常数 A，以及 t 时刻的波函数 $\Psi(x,t)$。

（2）求 t 时刻粒子能量的平均值及其涨落（即 $< H >$ 和 σ_H）。

（3）求 t 时刻粒子位置和动量的平均值（即 $< x >$ 和 $< p >$）。

第七题（20 分）

已知一维体系的哈密顿量为 $H=T+V=\dfrac{p^2}{2m}+V(x)$

（1）利用力学量平均值随时间演化的公式，证明 $\dfrac{d}{dt}<xp>=2<T>-<x\dfrac{dV}{dx}>$。

（2）如果 $V(x)=\lambda x^4$（这里 λ 为正的常量），则定态下 $<T>$ 与 $<V>$ 有何关系？

第八题（20 分）

利用变分法求一维 δ 势阱中粒子基态的能量（$H=-\dfrac{\hbar^2}{2m}\dfrac{d^2}{dx^2}-\alpha\delta(x)$，这里 α 为正的常量）。取试探波函数为 $\psi(x)=A\exp(-bx^2)$。

[可能用到的积分公式：$\int_{-\infty}^{+\infty}x^{2n}\exp(-x^2)dx=\dfrac{\pi^{1/2}}{2^n}(2n-1)!!$]

第九题（20 分）

记自旋 1/2 粒子 s_Z 的本征态为 $\uparrow$ 和 $\downarrow$（本征值分别为 $+\hbar/2,-\hbar/2$）。

（1）已知一自旋 1/2 粒子的自旋态为 $\dfrac{3}{5}\uparrow+\dfrac{4}{5}\downarrow$。如果测量 s_X，求测量值及其几率。

（2）已知两自旋 1/2 粒子的自旋态为 $\dfrac{4}{5}\uparrow\downarrow+\dfrac{3}{5}\downarrow\uparrow$。如果测量 $\vec{S}^2$，求测量值及其几率（这里 $\vec{S}=\vec{S}_1+\vec{S}_2$，是总自旋角动量算符）。

第十题（20 分）

质量为 m 的粒子处于二维无限深方势阱之中，$V(x,y)=\begin{cases}0, & 0<x<a,\quad 0<y<a\\ +\infty & \text{其他}\end{cases}$

（1）写出基态和第一激发态的能量以及相应的归一化波函数，并指明简并度。

（2）如果体系受到如下微扰 $H'=\begin{cases}V_0, & 0<x<a/2,\quad 0<y<a/2\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$，用微扰论求基态和第一激发态的能量一级修正。