★★★★　答题一律做在答题纸上，做在试卷上无效。　★★★★

注意：本试卷中$u(t), \delta(t)$ 和$u[n], \delta[n]$ 分别为连续和离散时间单位阶跃信号，单位冲激信号：

$$u(t)=\begin{cases}0 \ , & t<0 \\ 1 \ , & t>0\end{cases}, \quad \delta(t)=\frac{du(t)}{dt}, \quad u[n]=\begin{cases}0 \ , & n<0 \\ 1 \ , & n\geq 0\end{cases}, \quad \delta[n]=\begin{cases}1 \ , & n=0 \\ 0 \ , & n\neq 0\end{cases}$$

1. (20 分) 请回答下面的问题，并给出理由。

(a) 一个系统输入为$x(t)=cos(2\pi\times 10t)$时的输出为$y(t)=2cos(2\pi\times 10t-\pi/4)-0.5sin(2\pi\times 15t)$. 该系统是线性时不变的吗？

(b) 一个系统的输入输出关系为：$y[n]=n^3x[n]$. 判断该系统是否：1) 因果；2）线性；3）时不变；4）稳定。

2. (30 分) 某一阶因果线性时不变系统，当输入为$x_1(t)=e^{-t}u(t)$时，其输出为$y_1(t)=e^{-2t}+e^{-t}$, $t\geq 0$; 当输入为$x_2(t)=2x_1(t)$时，其输出为$y_2(t)=-3e^{-2t}+2e^{-t}$, $t\geq 0$. 求：

(a) 系统的零输入响应和系统的输入输出方程；

(b) 当输入为$x(t)=te^{-3t}u(t)$时系统的零状态响应。

3. (20 分) 图 1为用于模拟信号离散化处理系统框图。

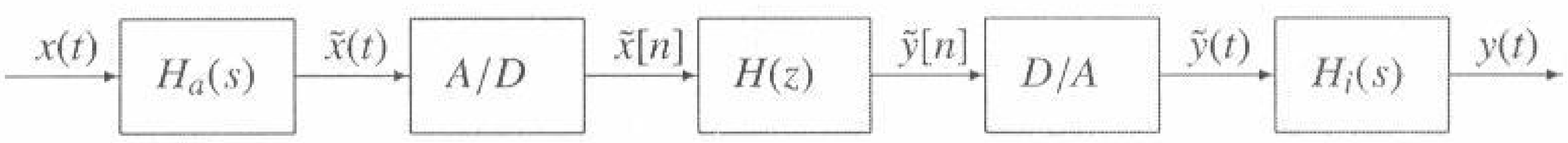

图 1: 数字信号处理系统方框图.

(a) 简述图中个方框图之功能；

(b) 设$x(t)=s(t)+e(t)$，其中$s(t)$是个低频有用信号，$e(t)$是一个高频噪声，两者频谱无重合部分。如果$s(t)=s_0^2(t)$并且$s_0(t)$的最高频率分量为4000 Hz, 给出设计$H_a(s)$和A/D的基本要求。

4. (30 分) 图 2(a)所示系统中，$x(t)$是信源信号，$p(t)$是一个如图 2(b)所示的周期信号, 这两个信号相乘后产生信号$w(t)$. $H(j\omega)$ 是一个滤波器。

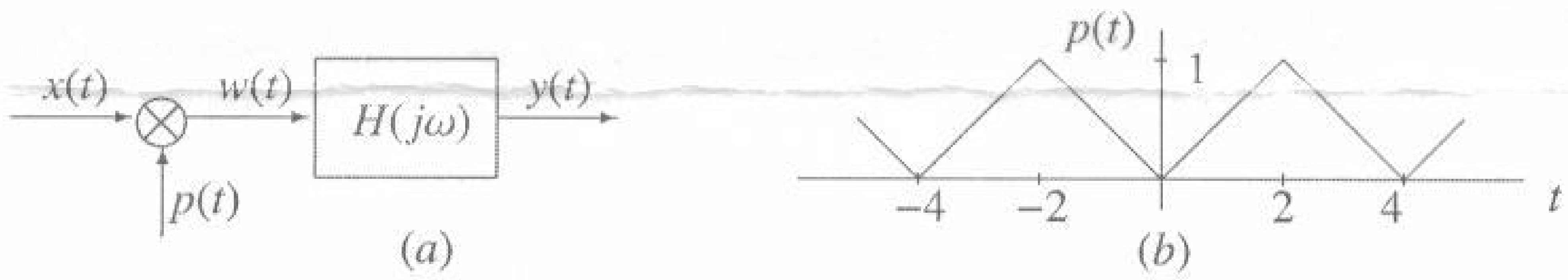

图 2: 系统框图及信号波形

(a) 求$p(t)$的Fourier series (FS)展开式。

(b) 试问：在什么情况下，$w(t)$含有和$x(t)$相同的信息？

(c) 设$y(t) = x(t-3)cos(3\omega_0(t-3))$, 其中$\omega_0 = \pi/2$. 试问滤波器的频率响应需满足什么条件？

5. (20 分) 设$x[n] = \alpha^n(u[n] - u[n-N])$, 其中$\alpha$ 为常数, N为一个正整数。

(a) 导出$x[n]$的N点DFT $X[k]$的表达式；

(b) 设$X_1[k]$ 为信号$x_1[n] = x[n] + x[n-N] + x[n-2N]$的$3N$点DFT。求$X_1[k]$.

6. (15 分) 一个因果线性时不变系统其输入输出关系为：$y[n] - \alpha y[n-1] = -\alpha x[n] + x[n-1]$.

(a) 求系统的传递函数及其单位冲击响应。该系统稳定的条件是什么？

(b) 设α为实常数。导出系统的幅频响应和相频响应；

(c) 设输入信号的能量为9494，相应输出信号的能量是多少？

7. (15分) 一个控制系统如图 3所示，其中$P(z)$和$C(z)$分别为被控系统和控制器传递函数。

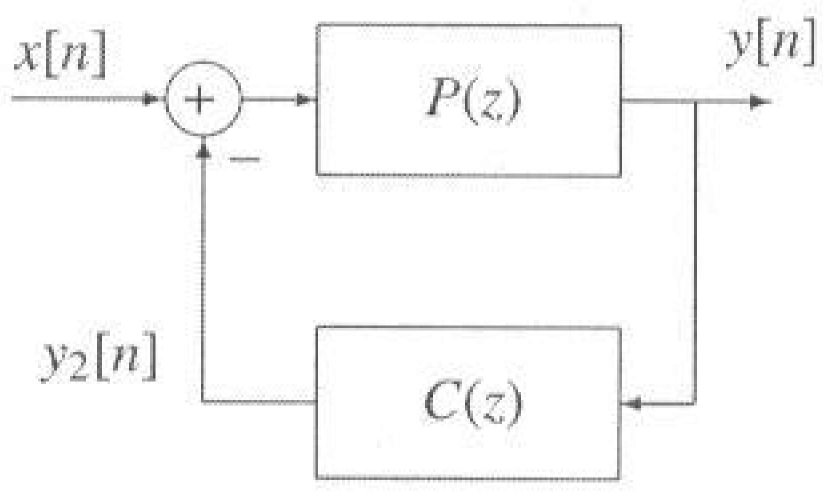

图 3: 反馈系统框图。

(a) 求出以$x[n]$为输入$y[n]$为输出的系统之传递函数$H_c(z)$，亦闭环传递函数；

(b) 若$P(z) = \frac{1-0.5z^{-1}}{1-2z^{-1}}$, $C(z) = \frac{\beta z^{-1}}{1-\alpha z^{-1}}$, 确定参数$\alpha, \beta$使得闭环系统的极点为$p_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{j\pi/4}$, $p_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\pi/4}$.