

★★★★ 答题一律做在答题纸上, 做在试卷上无效。★★★★

一 填空: (共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

1. 为避免相近的同号数相减可以将  $\ln(x+1) - \ln x$  按\_\_\_\_\_计算.2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2 + \sqrt{2 + \cdots + \sqrt{2}}} = \underline{\hspace{2cm}}.$ 3. 设  $p(x)$  和  $N(x)$  分别为  $f(x)$  的满足同一插值条件的  $n$  次拉格朗日插值多项式和牛顿插值多项式. 它们的插值余项分别为  $r(x)$  和  $R(x)$ , 这  $r(x)$  和  $R(x)$  之间的关系是\_\_\_\_\_.4. 方阵  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ , 则  $\|A\|_{\infty} = \underline{\hspace{2cm}}.$ 5.  $n$  个节点的插值型求积公式的代数精度至少为\_\_\_\_\_.

6. 阿当姆斯内插公式是\_\_\_\_\_.

二 计算分析证明题: (共 8 小题, 每小题 15 分, 共 120 分)

1. 设  $s = \frac{1}{2}gt^2$ , 假设  $g$  是准确的, 当对  $t$  的测量有  $\pm 0.1s$  的误差. 证明当  $t$  增加时,  $s$  的绝对误差限增加, 而相对误差限却减少.

2. 设  $\varphi(x) = x + c(x^2 - 3)$ , 应如何选取  $c$  才能使迭代格式  $x_{k+1} = \varphi(x_k)$  具有局部收敛性.

3. 求 3 次多项式  $p(x)$  满足  $p(0) = 0, p(1) = 1, p'(0) = 3, p'(1) = 9$ .

4. 证明若  $f(x)$  本身是次数为  $n$  的实系数代数多项式, 则其  $n$  次拉格朗日插值多项式  $p_n(x)$  就是其本身.

5. 用 Gauss 列主元消去法求解如下方程组.

$$\begin{bmatrix} -3 & 2 & 6 \\ 10 & -7 & 0 \\ 5 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 6 \end{bmatrix}$$

6. 用矩阵直接三角法分解法解方程组.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \\ 6 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 11 \\ 13 \end{bmatrix}$$

7. 用复化梯形法计算积分  $\int_0^{\pi} \sqrt{4 - \sin^2 x} dx$ ,  $n=6$  即把区间 6 等分.



8. 将如下 2 阶方程化为一阶方程组，并写出初值问题的四阶标准龙格-库塔法公式.

$$\begin{cases} y'' - 5y' + 6y = 0, \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = -1 \end{cases}$$