★★★★ 答题一律做在答题纸上，做在试卷上无效。 ★★★★

第一题（50分）

（1）什么是定态？定态的叠加态还是定态吗？为什么？

（2）量子力学中的力学量用什么算符表示？力学量算符在自身表象中的矩阵有何特点？

（3）现有三种能级与其量子数n的关系分别是正比于n^{-2}，正比于n^2，以及正比于n。请指出它们对应的分别可能是什么系统。

（4）一个电子在均匀恒定外电场$\vec{E}=(\varepsilon,0,0)$中运动，哈密顿量为$H=\frac{\vec{p}^2}{2m}-(e\varepsilon)x$。试判断在$H$，$p_x$，$p_y$，$p_z$和$\vec{p}^2$中，哪些是守恒量？为什么？

（5）简述泡利不相容原理，并说明它与全同性原理之间的关系。

第二题（20分）

在一维无限深方势阱$V(x)=\begin{cases}0,(0<x<a)\\ \infty,(x<0,x>a)\end{cases}$中，一质量为$m$的粒子初始波函数为

$\Psi(x,0)=\begin{cases}\sqrt{\frac{2}{a}},(0<x<a/2)\\ 0,(x<0,x>a/2)\end{cases}$。如果测量粒子能量，求测量值为$E_2$（第一激发态能量）的几率。

第三题（20分）

900个电子经过1000伏特电势差加速后，从$x=-\infty$射向阶跃势$V(x)=\begin{cases}0,(x<0)\\ V_0,(x>0)\end{cases}$。这里$V_0=750\ \text{eV}$。试问在$x=+\infty$处能观察到多少个电子？

第四题（20 分）

氢原子基态波函数为$\psi_{100}(r,\theta,\varphi)=\dfrac{\exp(-r/a)}{\sqrt{\pi a^3}}$，这里 a 是玻尔半径。求电子处于经典禁区（$r>2a$）的几率。

第五题（20 分）

已知在σ_Z 表象下，$\vec{\sigma}\cdot\vec{n}=\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\, e^{-i\varphi}\\ \sin\theta\, e^{i\varphi} & -\cos\theta\end{pmatrix}$

这里$\vec{\sigma}$ 是泡利矩阵，$\vec{n}=(\sin\theta\cos\varphi,\sin\theta\sin\varphi,\cos\theta)$ 是(θ,φ)方向的单位矢量。

（1）求$\vec{\sigma}\cdot\vec{n}$的本征值和本征矢。

（2）求在S_Z 的本征态 $\chi_{1/2}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$下，$\vec{\sigma}\cdot\vec{n}$的测量值及其几率。

第六题（20 分）

考虑一个二维谐振子，其哈密顿量为 $H=\dfrac{1}{2}(p_x^2+p_y^2)+\dfrac{1}{2}(x^2+y^2)$，这里我们已取自然单位$\hbar=m=1$。已知基态波函数为：$\psi_{00}=\dfrac{\exp[-(x^2+y^2)/2]}{\sqrt{\pi}}$；第一激发态二重简并，波函数分别为：

$$\psi_{10}=\frac{x\exp[-(x^2+y^2)/2]}{\sqrt{\pi}},\quad \psi_{01}=\frac{y\exp[-(x^2+y^2)/2]}{\sqrt{\pi}}$$

（1）写出基态和第一激发态的能量值；

（2）如系统受到微扰$V(x,y)=\dfrac{1}{2}\varepsilon xy(x^2+y^2)$的作用（这里$\varepsilon$为小量），求上述能级的能量一级修正。

【可能用到的积分公式：$\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-x^2)dx=\sqrt{\pi}$ 】