杭州电子工业学院

2002 年攻读硕士学位研究生入学考试

《信号与系统》试题

（试卷共 7 大题，4 页）

注意：第一和第二大题直接做在考卷上，其余做在答卷纸上。

一、填空题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 若线性连续系统在相同的初始条件下，当输入为 $e(t)$ 时的全响应为 $r(t)=2e^{-t}+\cos 2t$；当输入为 $2e(t)$ 时的全响应为 $r(t)=e^{-t}+2\cos 2t$；则当输入为 $4e(t)$ 时的全响应为 $r(t)=$ $\underline{-e^{-t}+4\cos 2t}$ 。

2. $e^{-t}u(t)*\sin t u(t)=$ $\underline{\frac{1}{2}(\sin t-\cos t+e^{-t})u(t)}$ 。

3. $\mathscr{L}[(1+2t)e^{-t}]=$ $\underline{\frac{s+3}{(s+1)^2}}$ 。

4. $\mathscr{L}^{-1}[\frac{s+3}{(s+1)^3(s+2)}]=$ $\underline{(t^2e^{-t}-te^{-t}+e^{-t}-e^{-2t})u(t)}$。

5. 若 $\mathscr{F}[f(t)]=F(\omega)$，则 $\mathscr{F}[(1-t)f(1-t)]=$ $\underline{F(-w)e^{-jw}-j\frac{d}{dw}[F(-w)e^{-jw}]}$。

6. 已知系统函数 $H(s)=\frac{1}{s+2}$，激励信号 $e(t)=e^{-3t}u(t)$，则响应应为 $r(t)=$ $\underline{(e^{-2t}-e^{-3t})u(t)}$

7. $\mathrm{Z}[(\frac{1}{2})^n+\delta(n)]=$ $\underline{\frac{2z-\frac{1}{2}}{z-\frac{1}{2}}\quad(|z|>0.5)}$

8. $\mathrm{Z}^{-1}[\frac{1}{1+0.5\mathrm{Z}^{-1}}]=$ $\underline{(-0.5)^n u(n)}$ $(|\mathrm{Z}|>0.5)$。

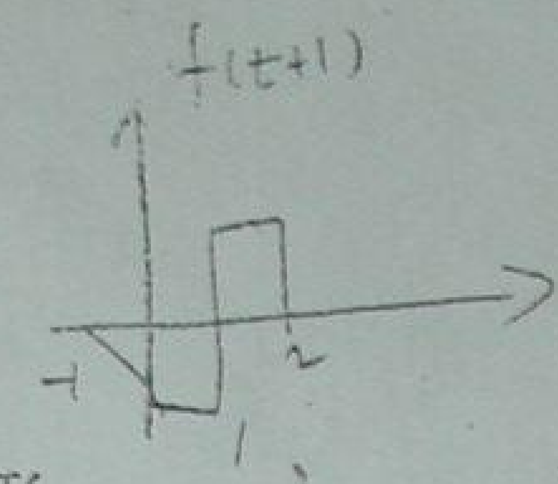
9. 线性时不变系统的转移矩阵为 $\varphi(t)=\begin{bmatrix}e^{-at} & te^{-at}\\ 0 & e^{-at}\end{bmatrix}$，则

A= $\underline{e^{At}=\varphi(t)}$ 则求导 $Ae^{At}=\varphi'(t)$ 令 $t=0$ 得 $A=\varphi'(t)|_{t=0}=\begin{bmatrix}-a & 1\\ 0 & -a\end{bmatrix}$

10. 系统函数 $H(s)=\frac{K}{s^3+6s^2+8s+K}$，为保证系统稳定，则 K 值的范围是 $\underline{0<K<48}$ 。

对于多项 $s^3+\alpha s^2+\beta s+\gamma$ 要求 $\alpha>0,\beta>0,\gamma>0$，$\alpha\beta>\gamma$

二、计算画图题（每小题 5 分，共 25 分）



1. 已知 $f(t)$ 的波形如图 1,画出 $f(1-2t)$ 的波形。

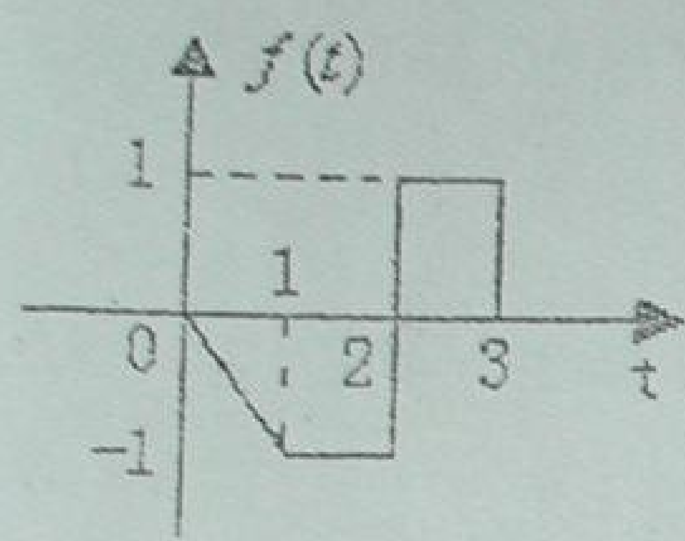
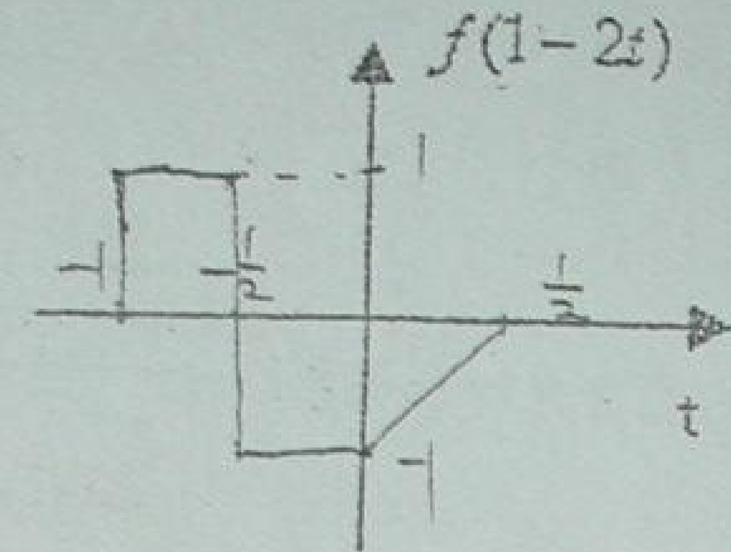
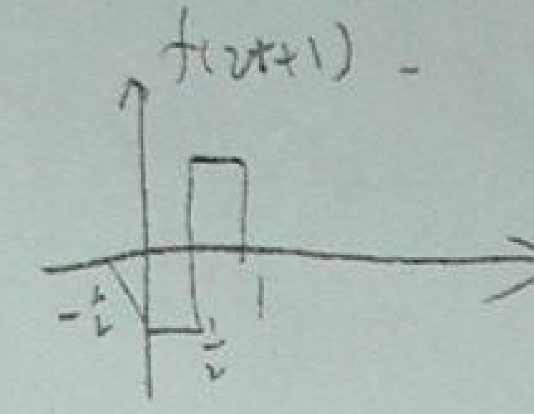
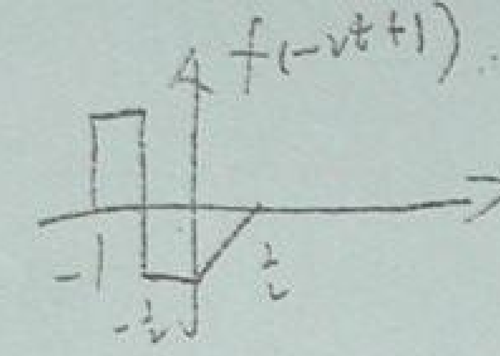


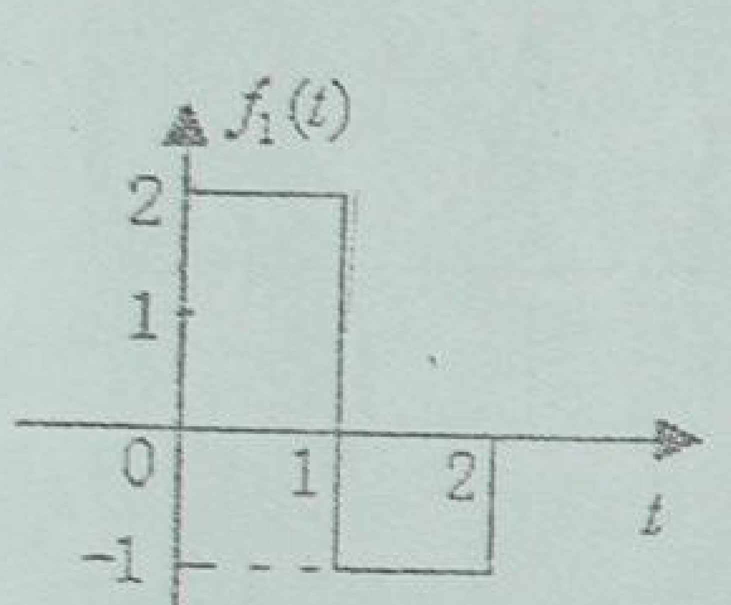
图1

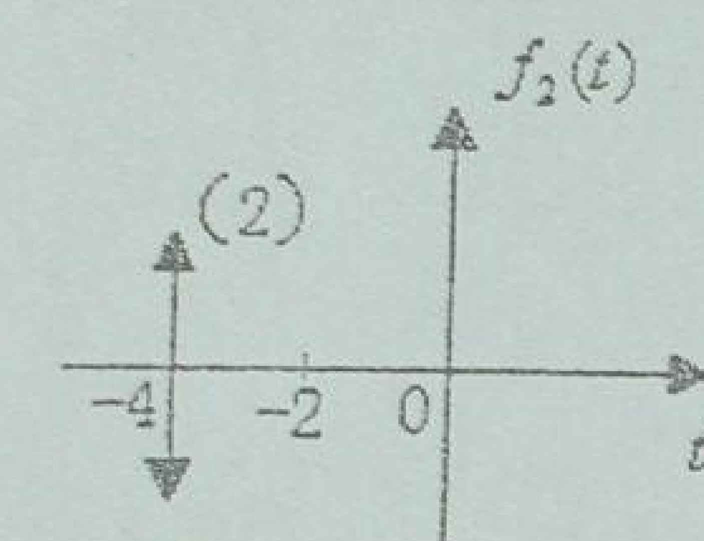


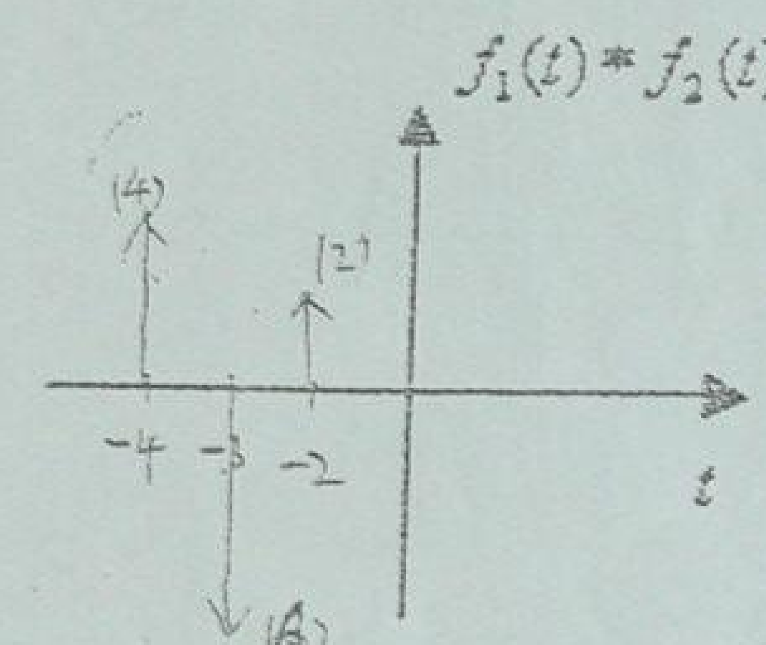




2. 已知 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的波形如图 2,计算并画出 $f_1(t)*f_2(t)$ 的波形。







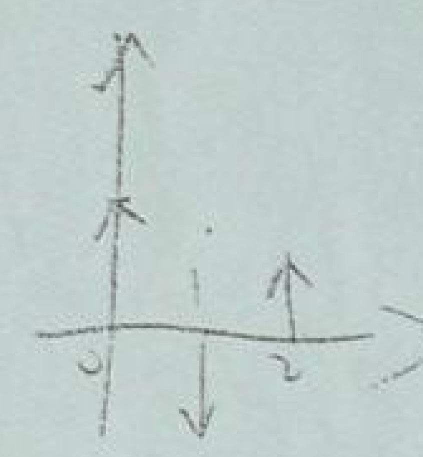


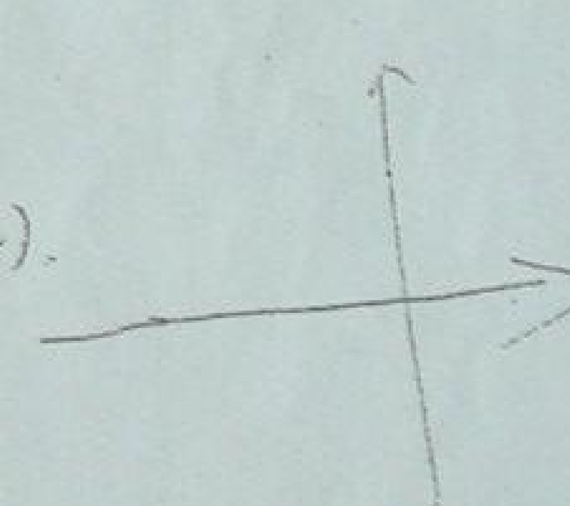
图2

解: $f_1(t)*f_2(t) = f_1(t)*[2\delta(t+4)]' = f_1'(t)*2\delta(t+4) = 2f_1'(t+4)$

$f_1'(t)=$

$f_1(t)*\delta'(w+4)$

$f_1'(t)=2\delta(t)-3\delta(t-1)+\delta(t-2)$



则 $f_1'(t+4)=2\delta(t+4)-3\delta(t+3)+\delta(t+2)$

$f_1(t)$

$2f_1'(t+4)=4\delta(t+4)-6\delta(t+3)+2\delta(t+2)$

$f_1'(t+4)$

3. 已知 $f(t)$ 的波形如图 3,求其频谱函数 $F(\omega)$。

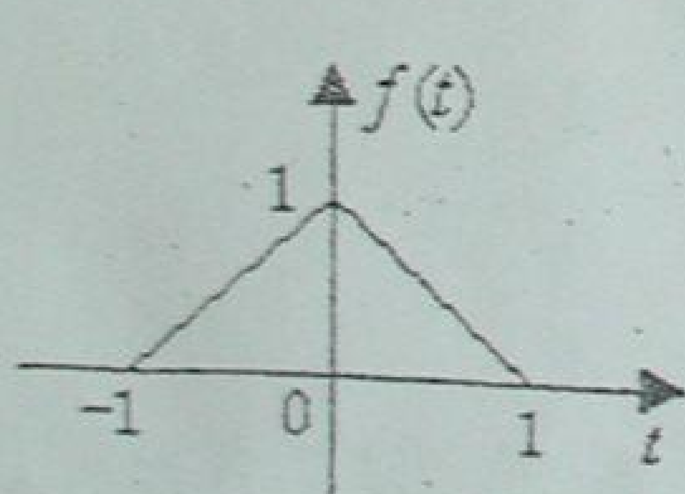


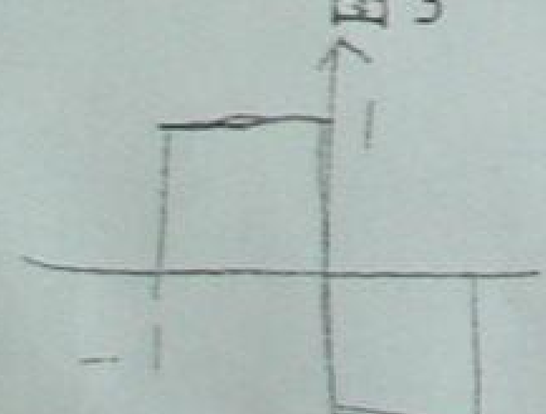
图 3

$\tau=2$
$E=1$

则 $F(w)=\frac{E\tau}{2}Sa^2\left(\frac{w\tau}{4}\right)$

$=Sa^2\left(\frac{w}{2}\right)$

$f'(t)$



$\tau=2$

$\tau Sa\left(\frac{w\tau}{2}\right)$

$r_1(t)=e_1(t)e_1(t-1)$ $\quad ae_1(t)e_1(t-1)+be_1\ldots$

$r_2(t)=e_2(t)e_2(t-1)$

$r=a_1e_1(t)+be_2(t)$ $\quad a_0e_1(t)+b$

$e_1(t)\Rightarrow r_1(t)=e_1(t)+e_1(t-1)$

$e_2(t)\Rightarrow r_2(t)=e_2(t)+e_2(t-1)$

$e_1(t)+e_2(t)\Rightarrow r_3=[e_1(t)+e_2(t)][e_1(t-1)+e_2(t-1)]$

4. 判断系统 $r(t)=e(t)e(t-1)$ 是否为线性系统?要有判断过程。

解：设激励分别为 $e_1(t)$, $e_2(t)$.

$$\xrightarrow{\text{激励先经过系统}}\begin{cases}r_1(t)=e_1(t)e_1(t-1)\\ r_2(t)=e_2(t)e_2(t-1)\end{cases}\xrightarrow{\text{再经线性运算}}y_1(t)=a_1r_1(t)+a_2r_2(t)=a_1e_1(t)e_1(t-1)+a_2e_2(t)e_2(t-1)$$

$$\xrightarrow{\text{设激励先经过线性运算}}a_1e_1(t)+a_2e_2(t)\xrightarrow{\text{再经系统}}y_2(t)=[a_1e_1(t)+a_2e_2(t)][a_1e_1(t-1)+a_2e_2(t-1)]$$

显然 $y_1(t)\neq y_2(t)$.

则系统为非线性系统

5. 已知 $f(t)$ 的波形如图 4,画出其 $f_e(t)$ 和 $f_o(t)$ 的波形。

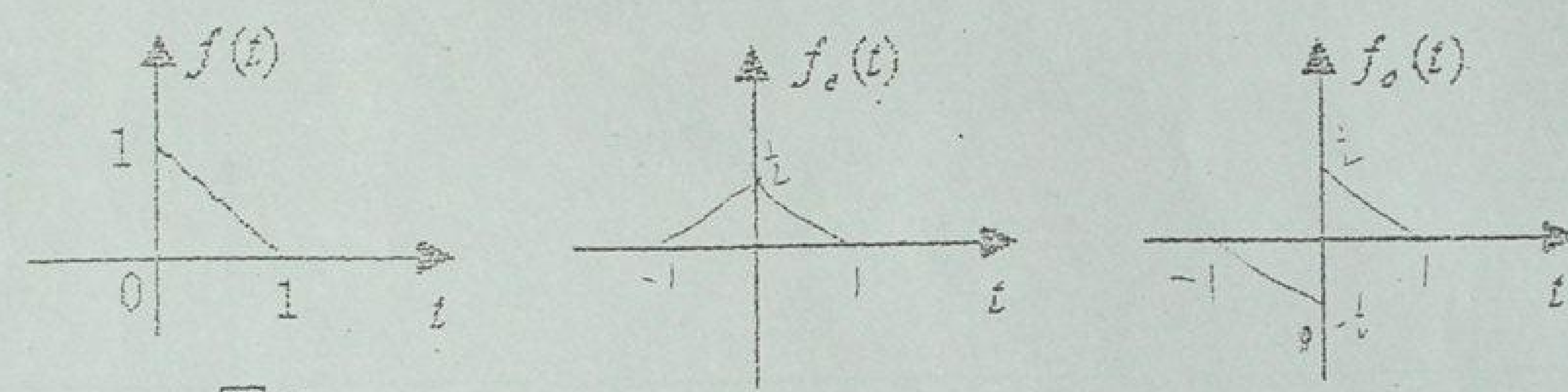
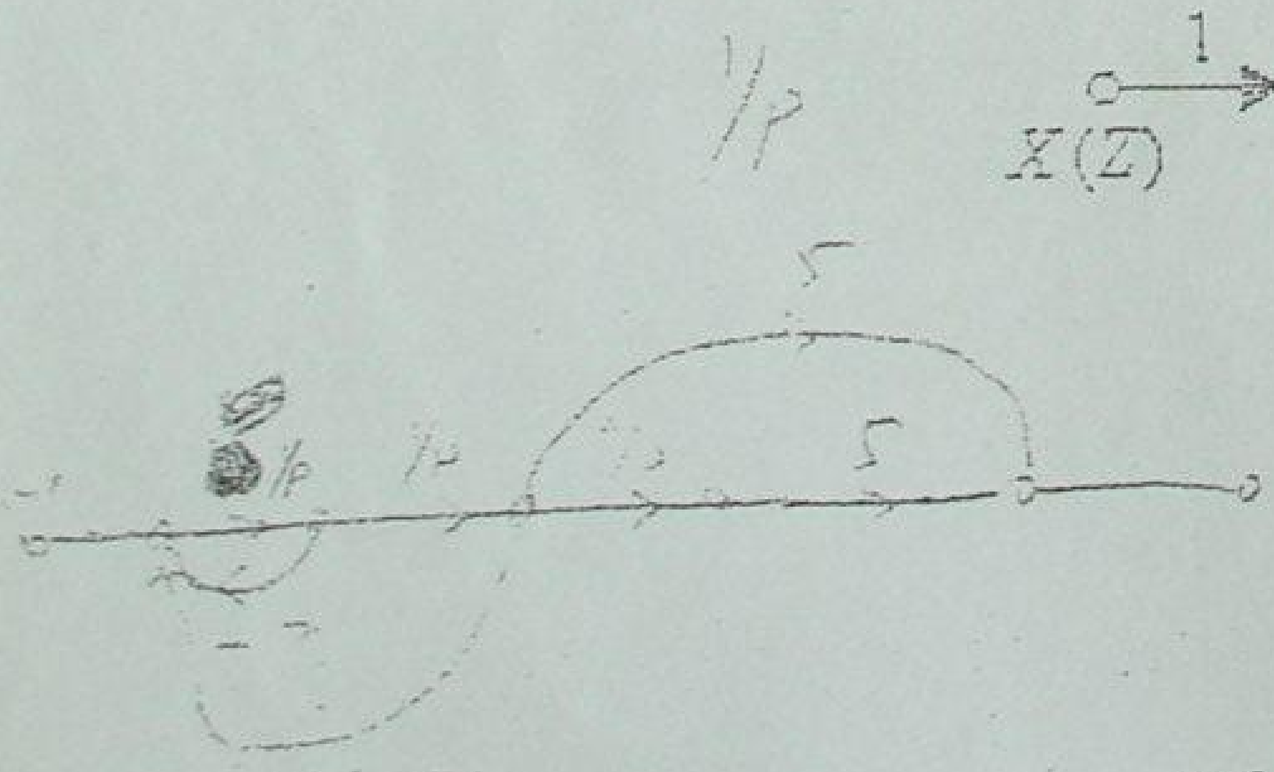
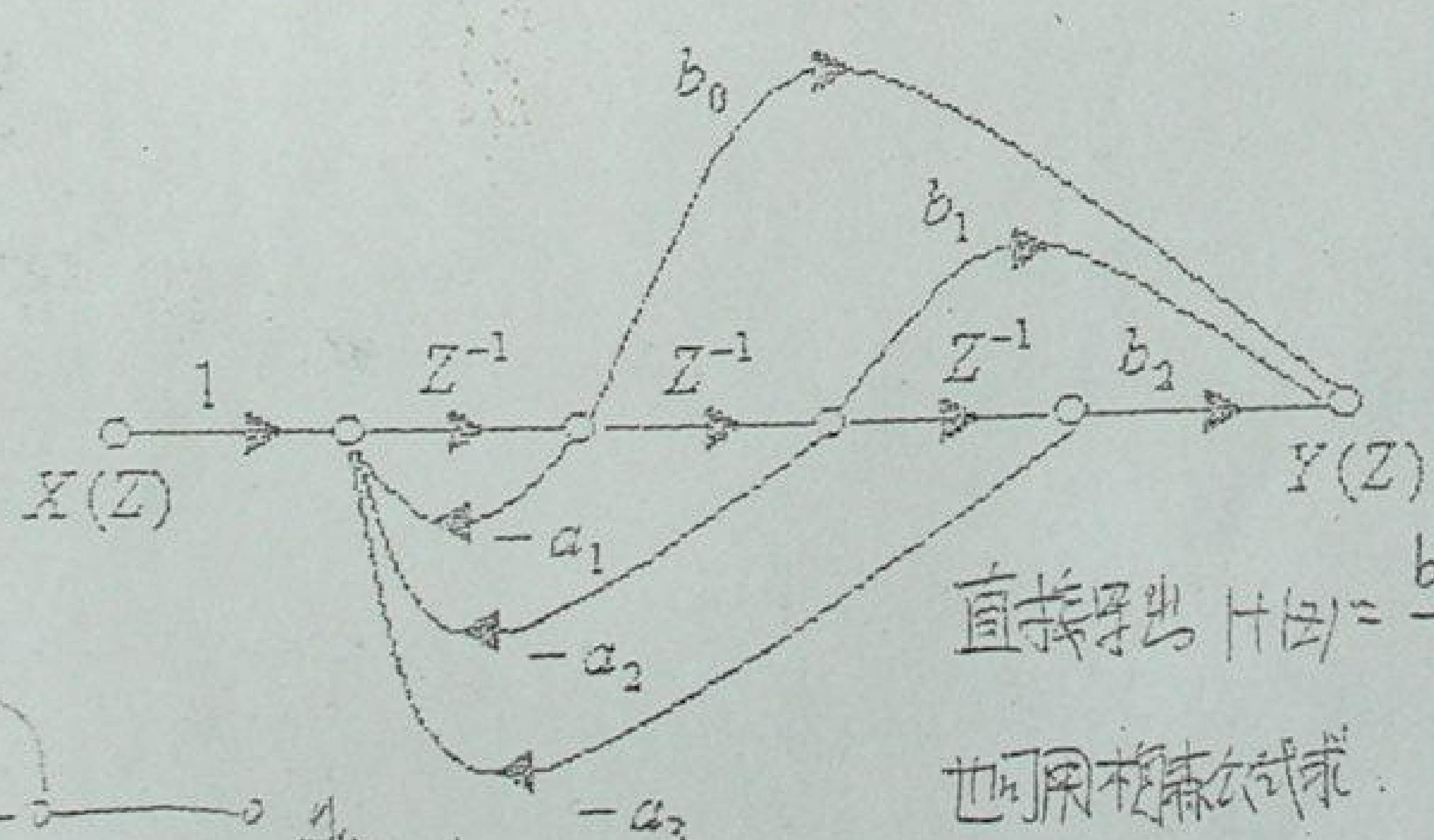


图4

三、求图 5 所示离散系统的系统函数。（10 分）





直接写出 $H(z)=\dfrac{b_0z^{-1}+b_1z^{-2}+b_2z^{-3}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+a_3z^{-3}}$

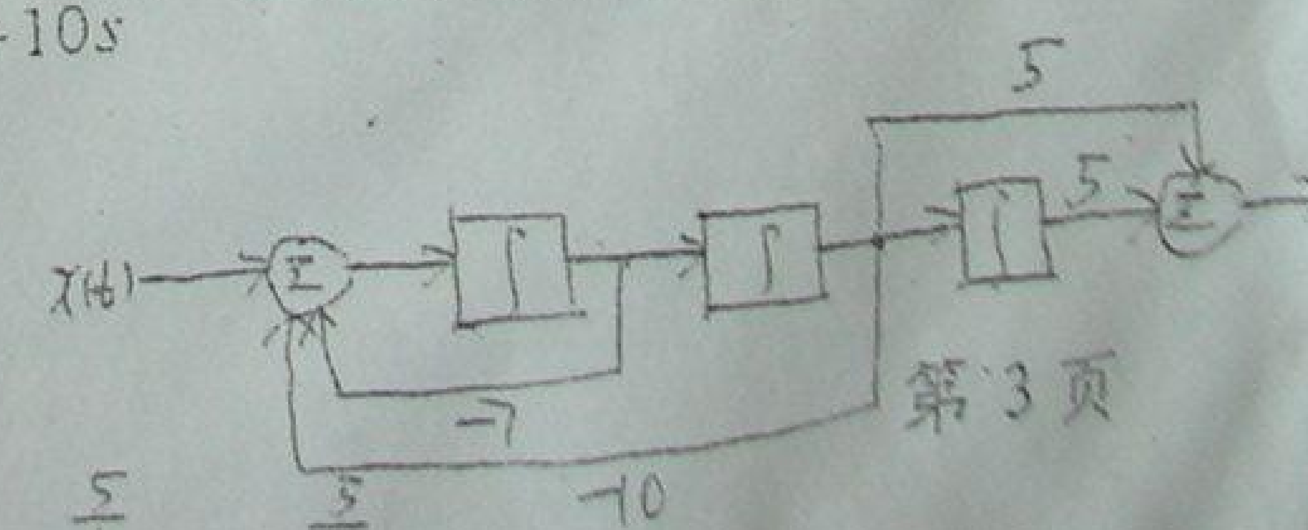
也可用梅森公式求

图5

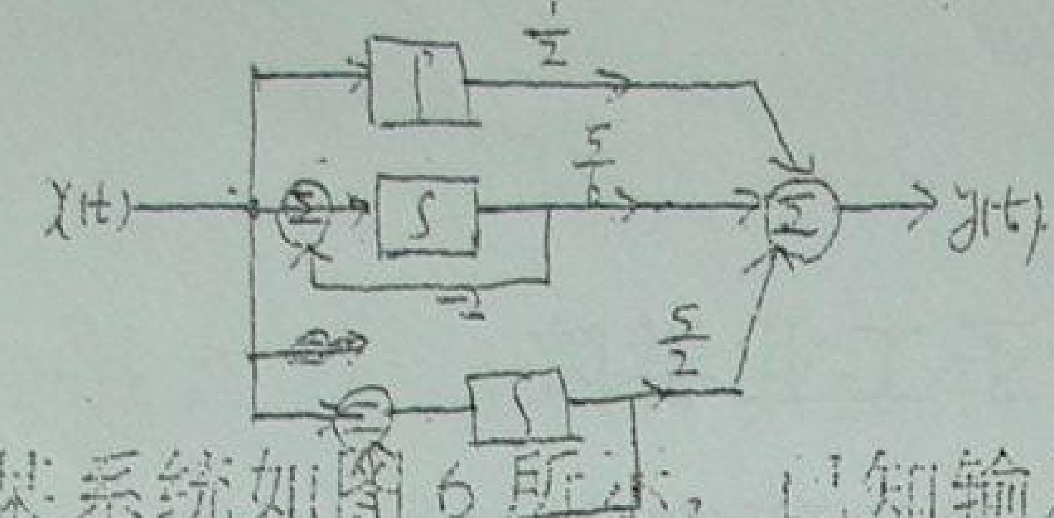
$H(s)=\dfrac{5s^{-2}+5s^{-3}}{1+7s^{-1}+10s^{-2}}$

四、已知系统函数为 $H(s)=\dfrac{5s+5}{s^3+7s^2+10s}$，画出直接实现模拟图和并联实现模拟图。（10 分）

(1)直接实现: $H(s)=\dfrac{5s^{-2}+5s^{-3}}{1+7s^{-1}+10s^{-2}}$



(2)并联实现: $H(s)=\dfrac{5s+5}{s(s+2)(s+5)}=\dfrac{\frac{1}{2}}{s}+\dfrac{\frac{5}{6}}{s+2}+\dfrac{\frac{5}{2}}{s+5}$



$2x-2x^2$

$1-\frac{x^2}{3}$

五、某系统如图 6 所示，已知输入为 $i(t)$，输出为 $u_c(t)$，计算：

1. 传递函数 $H(s)$；2.系统的冲激响应 $h(t)$；3.在复平面上画出 $H(s)$ 的零、极点分布图；4.说明系统是否稳定。（13 分）

解：(1) $U_C(s)=\dfrac{I(s)}{\frac{1}{R}+\frac{1}{sL_1}+\frac{1}{sL_2+\frac{1}{sC}}}\cdot\dfrac{\frac{1}{sC}}{sL_2+\frac{1}{sC}}$

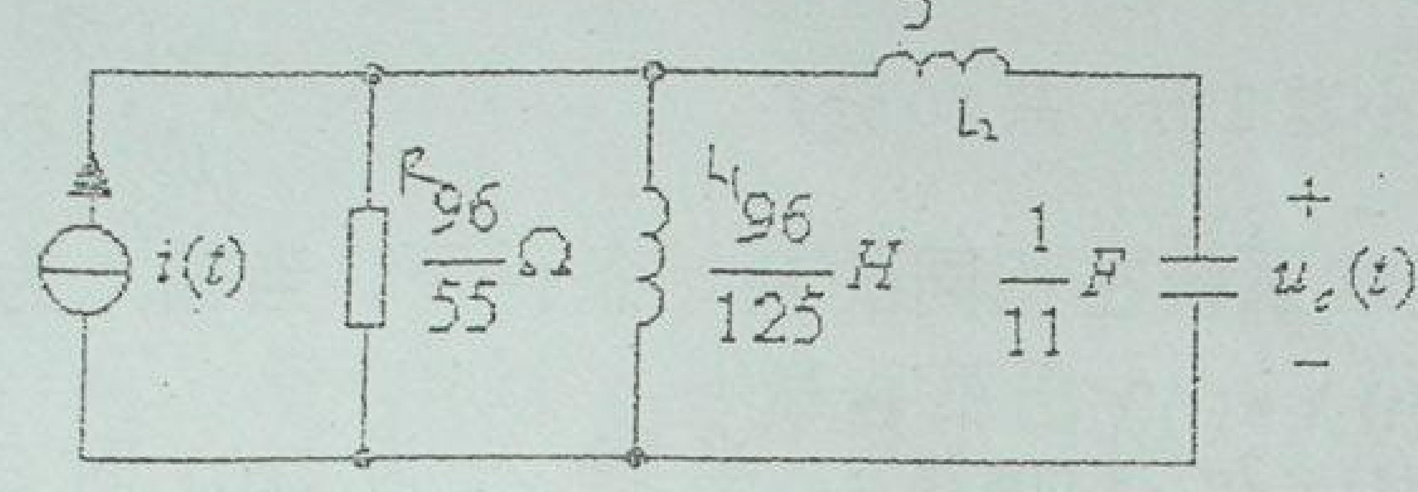


图6

$H(s)=\dfrac{U_C(s)}{I(s)}=\dfrac{1}{\frac{55}{96}+\frac{125}{96s}+\frac{1}{\frac{1}{5}s+\frac{11}{s}}}\cdot\dfrac{\frac{11}{s}}{\frac{1}{5}s+\frac{11}{s}}$

$=\dfrac{96s}{(s+5)(s^2+6s+25)}$

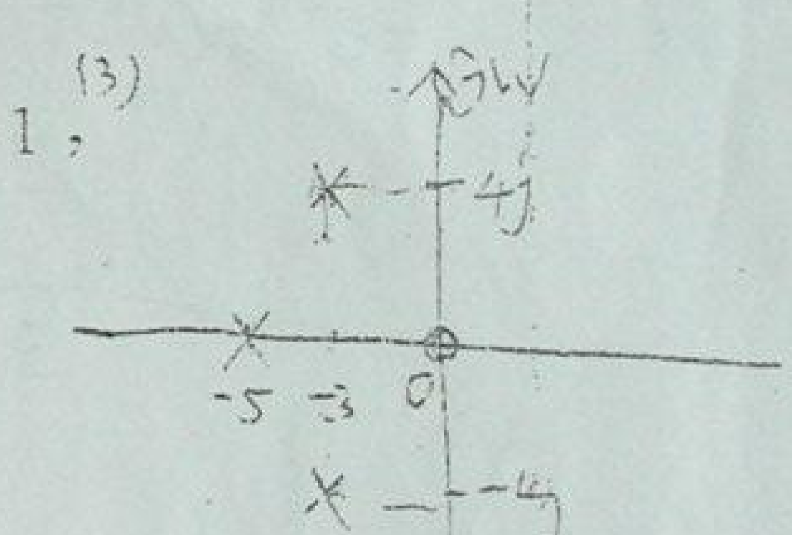
$=\dfrac{96s}{(s+5)[(s+3)^2+4^2]}$

(2) $H(s)=\dfrac{-24}{s+5}+\dfrac{24s+120}{s^2+6s+25}$

$=\dfrac{-24}{s+5}+\dfrac{24(s+3)}{s^2+6s+25}+\dfrac{48}{s^2+6s+25}$

$h(t)=-24e^{-5t}u(t)+24e^{-3t}\cos(4t)u(t)+12e^{-3t}\sin(4t)u(t)$.

(3)



(4) 因极点全部落在左半平面内 因此系统是稳定的。

六、已知离散时间系统如图 7 所示，$y(0)=2$，$y(1)=1$，$x(n)=(-\frac{1}{2})^n u(n)$。求系统的完全响应 $y(n)$。（10 分）

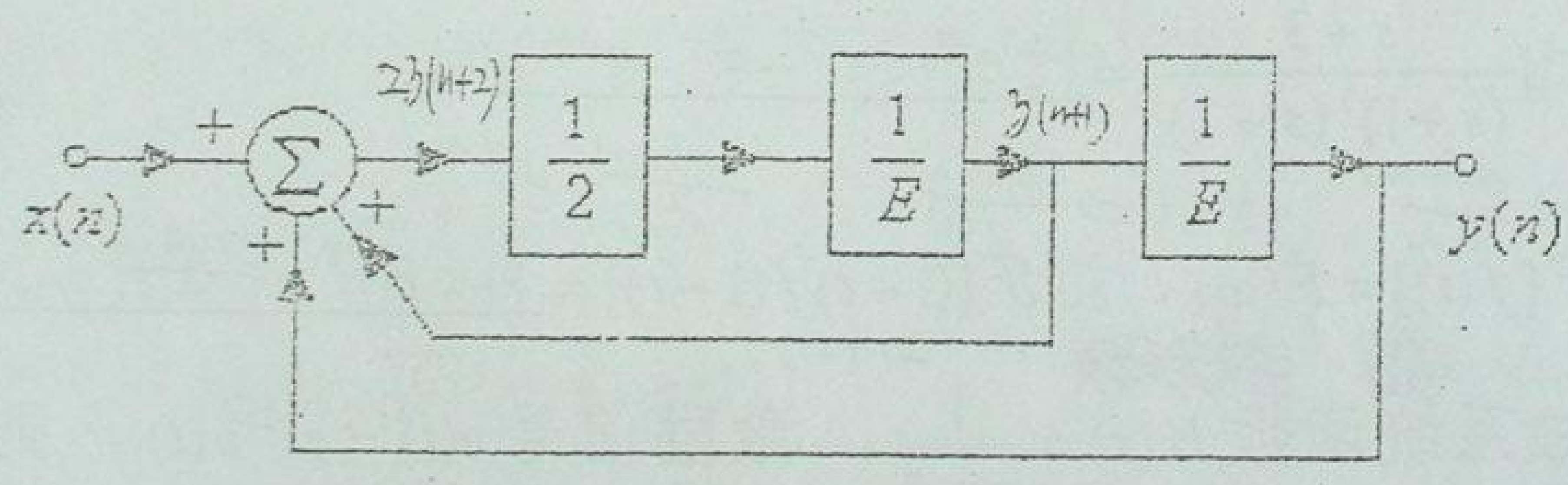


图7

解：由系统框图可得 ~~……~~ 系统差分方程为 $2y(n+2)=x(n)+y(n)+y(n+1)$

即 $2y(n+2)-y(n+1)-y(n)=x(n)$.

对上式做 z 变换并代入边界条件，其中 $X(z)=\dfrac{z}{z+\frac{1}{2}}$

$2[z^2Y(z)-z^2y(0)-zy(1)]-[zY(z)-zy(0)]-Y(z)=\dfrac{z}{z+\frac{1}{2}}$

则 $(2z^2-z-1)Y(z)=\dfrac{z}{z+\frac{1}{2}}+4z^2+2z-z$

$=\dfrac{z}{z+\frac{1}{2}}+4z^2+z$

$Y(z)=\dfrac{z}{(z+\frac{1}{2})(2z^2-z-1)}+\dfrac{4z^2+z}{2z^2-z-1}$

$=\dfrac{-\frac{1}{3}z}{(z+\frac{1}{2})^2}+\dfrac{\frac{1}{9}z}{z+\frac{1}{2}}+\dfrac{\frac{17}{9}z}{z-1}$

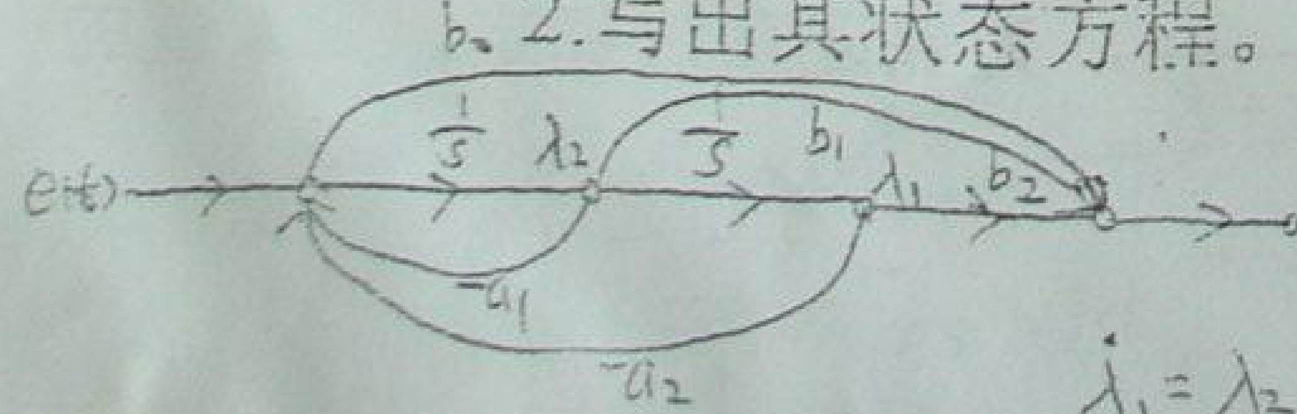
$y(n)=\left[-\frac{2}{3}n(-\frac{1}{2})^n+\frac{1}{9}(-\frac{1}{2})^n+\frac{17}{9}\right]u(n)$

七、给定系统用微分方程表示为

$$\frac{d^2}{dt^2}r(t)+a_1\frac{d}{dt}r(t)+a_2r(t)=b_0\frac{d^2}{dt^2}e(t)+b_1\frac{d}{dt}e(t)+b_2e(t)$$

要求：1.画出其信号流图；$H(s)=\dfrac{b_0+b_1s^{-1}+b_2s^{-2}}{1+a_1s^{-1}+a_2s^{-2}}$

2.写出其状态方程。（12 分）



状态方程

$\dot{\lambda}_1=\lambda_2$

$\dot{\lambda}_2=-a_2\lambda_1-a_1\lambda_2+e(t)$

则 $\begin{bmatrix}\dot{\lambda}_1\\ \dot{\lambda}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -a_2 & -a_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1\\ \lambda_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}e(t)$