杭州电子工业学院

2003年攻读硕士学位研究生入学考试

《信号与系统》试题

（试卷共九大题，5 页）

【所有答案必须写在答题纸上，做在试卷或草稿纸上无效！】。

一、填空题（每小题 2 分，共 50 分）

1. 已知 $f(t)$ 的波形如图 1，用一个函数公式表示为 $f(t)=$ $\frac{t}{3}[u(t)-u(t-3)]$ 。

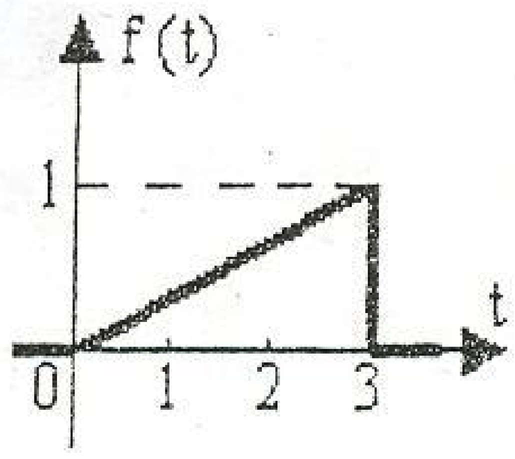
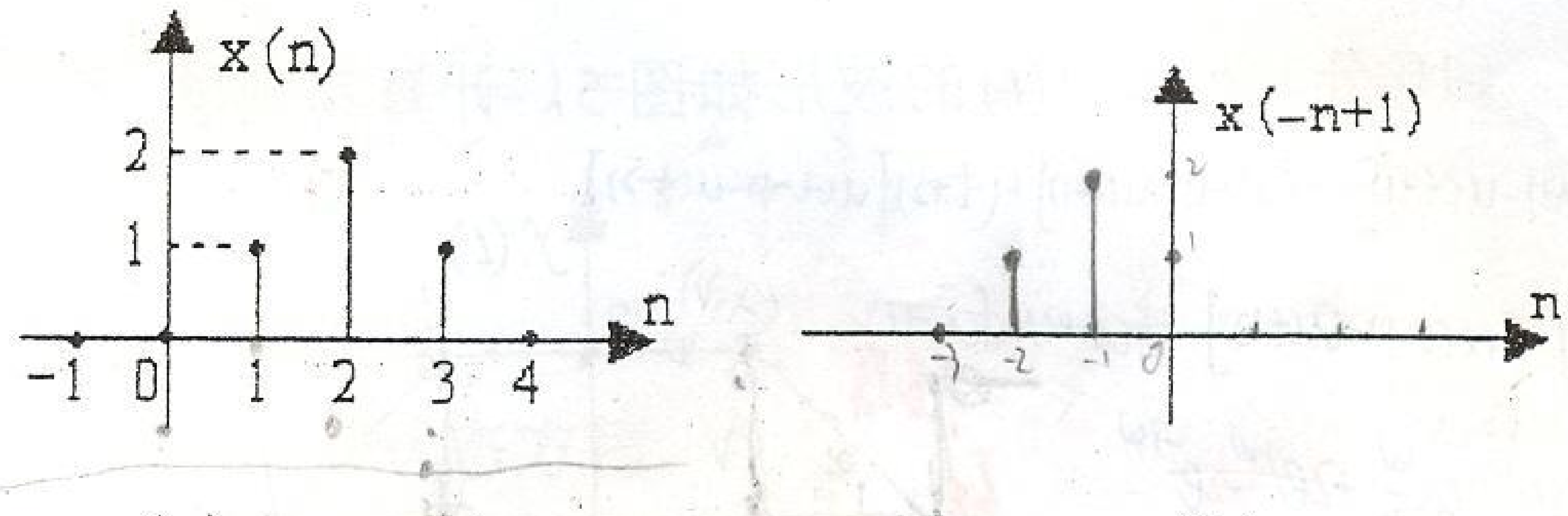


图 1



（a）　　　　（b）

图 2

2. 已知 $x(n)$ 的波形如图 2（a），在图 2（b）上画出 $x(-n+1)$ 的波形。

3. 已知 $f(t)=e^{jt}$，其偶分量 $f_e(t)=$ $\cos t$ ，奇分量 $f_o(t)=$ $j\sin t$ 。

$\frac{e^{jt}+e^{-jt}}{2}$

4. 已知周期信号 $f(t)=\cos\frac{\pi}{3}t+\sin\frac{\pi}{4}t$，其周期 T＝ ~~24π~~ 24 最小公倍数

5. 某线性时不变系统的方程为 $r''(t)+2r'(t)+r(t)=\delta(t)$，已知 $r(0_-)=2$，$r'(0_-)=3$。则 $r(0_+)=$ $0+2=2$ ~~0~~ ，$r'(0_+)=$ $1+3=4$ ~~1~~ 。

$r''(t)=a\delta'(t)+b\delta u(t)$　$r'(t)=a\delta u(t)$　$a=1$　$r(t)=0$

6. $\int_{-\infty}^{t}\cos\tau\,\delta(\tau)\,d\tau=$ $\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}$　$\int_{-\infty}^{t}\cos 0\,\delta(t)\,dt=u(t)$ 。

7. 已知线性时不变系统的输入－输出方程为 $r(t)=\int_{-\infty}^{t}e^{-(t-\tau)}e(\tau)\,d\tau$，

$e(t)*e^{-t}u(t)$　$E(s)\cdot\frac{1}{s+1}$　$H(s)=\frac{R(s)}{E(s)}$

其冲激响应 $h(t)=$ $e^{-t}u(t)$ 。

8. $e^{-at}u(t)*\sin t\,u(t)=$ $\frac{a\sin t-\cos t+e^{-at}}{a^2+1}$ 。

$\int_0^t e^{-a(t-\tau)}\sin\tau\,d\tau$

$e^{-at}\frac{1}{a}\int_0^t \sin\tau\,de^{a\tau}$

$e^{-at}\left[\frac{1}{a}\sin\tau\,e^{a\tau}\Big|_0^t-\frac{1}{a}\int e^{a\tau}\cos\tau\,d\tau\right]$

$\frac{\sin t}{a}-\frac{e^{at}}{a^2}\int\cos\tau\,de^{a\tau}=\frac{\sin t}{a}-\frac{e^{at}}{a^2}\cos\tau\,e^{a\tau}\Big|_0^t-\frac{e^{at}}{a^2}\int e^{a\tau}\sin\tau\,d\tau$

$\frac{s+1}{s(s+3)}$

9．已知某连续系统的零点为 1；极点为 0，－3；冲激响应的终值为－10；

则该系统函数为 $H(s)=$ $\frac{+30(s-1)}{s(s+3)}$ 。

$h(n)=\delta(n)+\delta(n-1)$

10．已知线性离散系统的单位样值响应为 $h(n)=\begin{cases}1 & n=0,1\\ 0 & 其它\end{cases}$ $h(0)=1$ $h(1)=1$

则其差分方程为 $y(n)=x(n)+x(n-1)$ 。

11．$f(t)=e^{-a|t|}$，则 $F(s)=$ $\frac{2a}{a^2-s^2}$ $\begin{cases}a-s>0\\a+s>0\end{cases}$ $-a<\mathrm{Re}[s]<a$ $F(s)=\int e^{-a|t|}e^{-st}dt$

12．$f(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\delta(t-nT)$，则 $F(s)=$ $\sum_{n=0}^{\infty}e^{-nTs}=\frac{1}{1-e^{-sT}}$ 。

13．$F(s)=\frac{1}{|a|}e^{\frac{b}{a}s}$ （a，b 为实数，对所有 s)，则 $f(t)=$ $\frac{1}{|a|}\delta(t+\frac{b}{a})$ 。

$a^n u(n)\to\frac{z}{z-a}$ $|z|>a$

14．$x(n)=a^n u(n+1)$，则 $X(z)=$ $\frac{z^2}{a(z-a)}$ $\frac{z}{z-a}$ 。 $a^{n+1}u(n+1)\to z\cdot\frac{z}{z-a}-z\cdot a^0u(0)=\frac{az}{z-a}$?

15．$X(z)=\frac{z^2+2z}{z^2-2z+1}$ （$|z|<1$），则 $x(n)=$ $-(3n+1)u(-n-1)$ 。 $\frac{z}{z-1}+\frac{3z}{(z-1)^2}$

$e^{-|a|t}\to\frac{2a}{a^2+w^2}=\frac{2a}{a^2-(jw)^2}$

16．$f(t)=\frac{1}{a^2+t^2}$，其频谱 $F(j\omega)=$ $\frac{\pi}{a}e^{-|a|w}$ 。

$F(jt)\to 2\pi f(-w)$

$\frac{2a}{a^2+t^2}\to 2\pi e^{-|a|\cdot w}$

17．已知 $F(j\omega)=\frac{1}{(a+j\omega)^2}$，则 $f(t)=$ $te^{-at}u(t)$ 。 $e^{-at}\to\frac{1}{a+jw}$ $te^{-at}\to j\frac{-j}{(a+jw)^2}$

18．$f(t)=e^{-at}\cos\omega_0 tu(t)$，则 $F(j\omega)=$ $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{a+j(w+w_0)}+\frac{1}{a+j(w-w_0)}\right]$ 。

19．已知某系统的系统函数为 $H(s)=\frac{s^2+2}{3s^3+s^2-s+8}$，

s^3	3	-1	0
s^2	1	8	0
s^1	-25	0	
s^0	8		

则该系统是否稳定？ 不稳定 。 系数不同号 或有缺项 不稳定

20．系统响应 $r(t)=3e^{-t}u(t)+\delta(t)+2\sin tu(t)$ 中，稳态分量为 $2\sin tu(t)$，

暂态分量为 $3e^{-t}u(t)+\delta(t)$ 。

21．已知 $A=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix}$，则 $e^{At}=$ $\begin{bmatrix}\frac{e^{\sqrt5t}+e^{-\sqrt5t}}{2}+\frac{e^{\sqrt5t}-e^{-\sqrt5t}}{\sqrt5} & \frac{e^{\sqrt5t}-e^{-\sqrt5t}}{2\sqrt5}\\ \frac{e^{\sqrt5t}-e^{-\sqrt5t}}{2\sqrt5} & \frac{e^{\sqrt5t}+e^{-\sqrt5t}}{2}+\frac{e^{\sqrt5t}-e^{-\sqrt5t}}{\sqrt5}\end{bmatrix}$ 。 C_0I+C_1A

$|A-\lambda I|=\begin{vmatrix}-2-\lambda & 1\\ 1 & 2-\lambda\end{vmatrix}=0$

$\lambda^2-4-1=0$

$\lambda=\pm\sqrt5$

$e^{\sqrt5t}=c_0+\sqrt5c_1$, $e^{-\sqrt5t}=c_0-\sqrt5c_1$ ⇒ $c_0=\frac{e^{\sqrt5t}+e^{-\sqrt5t}}{2}$, $c_1=\frac{e^{\sqrt5t}-e^{-\sqrt5t}}{2\sqrt5}$

22. 已知 $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -\frac{1}{6} & \frac{5}{6}\end{bmatrix}$，则 $A^n=$ $\begin{bmatrix}\frac{1}{3^{n-1}}-\frac{1}{2^{n-1}} & 6(\frac{1}{2^n}-\frac{1}{3^n})\\ \frac{1}{3^n}-\frac{1}{2^n} & \frac{3}{2^n}-\frac{2}{3^n}\end{bmatrix}$ 。

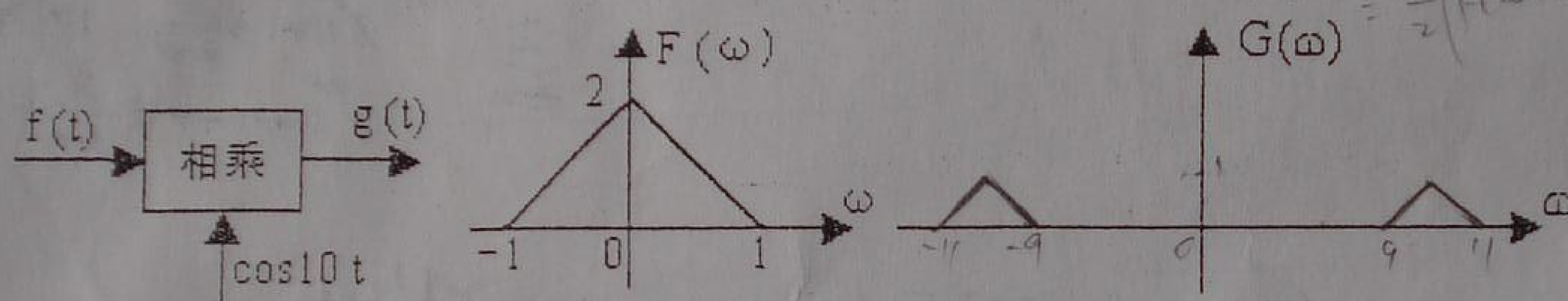
23. 方程 $s^3+2s^2+2s+40=0$，其实部为正值的根有 __2__ 个。

24. 已知系统的 $H(j\omega)=\dfrac{1}{j\omega+2}$，激励 $e(t)=e^{-3t}u(t)$，

则零状态响应 $r(t)=$ $(e^{-2t}-e^{-3t})u(t)$ 。

25. 系统方框图如图 3（a），信号 $f(t)$ 的频谱如图 3（b），画出 $g(t)$ 的频谱图。

$=\frac{1}{2}[F(\omega+\omega_0)+F(\omega-\omega_0)]$



（a）　　（b）　　（c）

图 3

二、证明题（每小题 5 分，共 20 分）

1. 已知 $\mathscr{F}[1]=2\pi\delta(\omega)$，则 $\mathscr{F}[t^n]=2\pi(j)^n\dfrac{d^n}{d\omega^n}[\delta(\omega)]$。

$2\pi\delta(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-j\omega t}dt$　$2\pi\frac{d(\delta(\omega))}{d\omega}=\int_{-\infty}^{\infty}-jt\,e^{-j\omega t}dt$　则 $\mathscr{F}(t)=j2\pi\frac{d\delta(\omega)}{d\omega}$

所以可推出 $\mathscr{F}[t^n]=2\pi(j)^n\frac{d^n}{d\omega^n}[\delta(\omega)]$

2. 已知 $\mathscr{L}[f(t)]=F(s)$，则 $\mathscr{L}[f(t-t_0)u(t-t_0)]=e^{-st_0}F(s)$。

$\int_{t_0}^{\infty}f(t-t_0)e^{-st}dt \xrightarrow{t-t_0=\sigma} \int_0^{\infty}f(\sigma)e^{-s(t_0+\sigma)}d\sigma=e^{-st_0}\int_0^{\infty}f(\sigma)e^{-s\sigma}d\sigma=e^{-st_0}F(s)$

3. 若 $x(n)$ 是双边序列，已知 $\mathbf{Z}[x(n)u(n)]=X(z)$，

$X(z)=\sum_{n=0}^{\infty}x(n)z^{-n}$

则 $\mathbf{Z}[x(n+m)u(n)]=z^m[X(z)-\sum_{k=0}^{m-1}x(k)z^{-k}]$，（m 为正整数）。

$\sum_{n=0}^{\infty}x(n+m)z^{-n}=\sum_{t=m}^{\infty}x(t)z^{-t+m}$

$=z^m(\sum_{t=0}^{\infty}x(t)z^{-t}-\sum_{t=0}^{m-1}x(t)z^{-t})$

$=z^m[X(z)-\sum_{k=0}^{m-1}x(k)z^{-k}]$

4. 证明：无失真传输系统的冲激响应为 $h(t)=K\delta(t-t_0)$。

$r(t)=Ke(t-t_0)$

$R(j\omega)=Ke^{-j\omega t_0}E(j\omega)$

无失真传输应满足 $H(j\omega)=Ke^{-j\omega t_0}$

$H(j\omega)=\frac{R(j\omega)}{E(j\omega)}=Ke^{-j\omega t_0}$

则 $h(t)=K\delta(t-t_0)$

$\therefore h(t)=K\delta(t-t_0)$

三、（10 分）已知 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的波形如图 4，计算并画出 $f_1(t)*f_2(t)$。I

$I=\int f_2(\tau)f_1(t-\tau)d\tau$

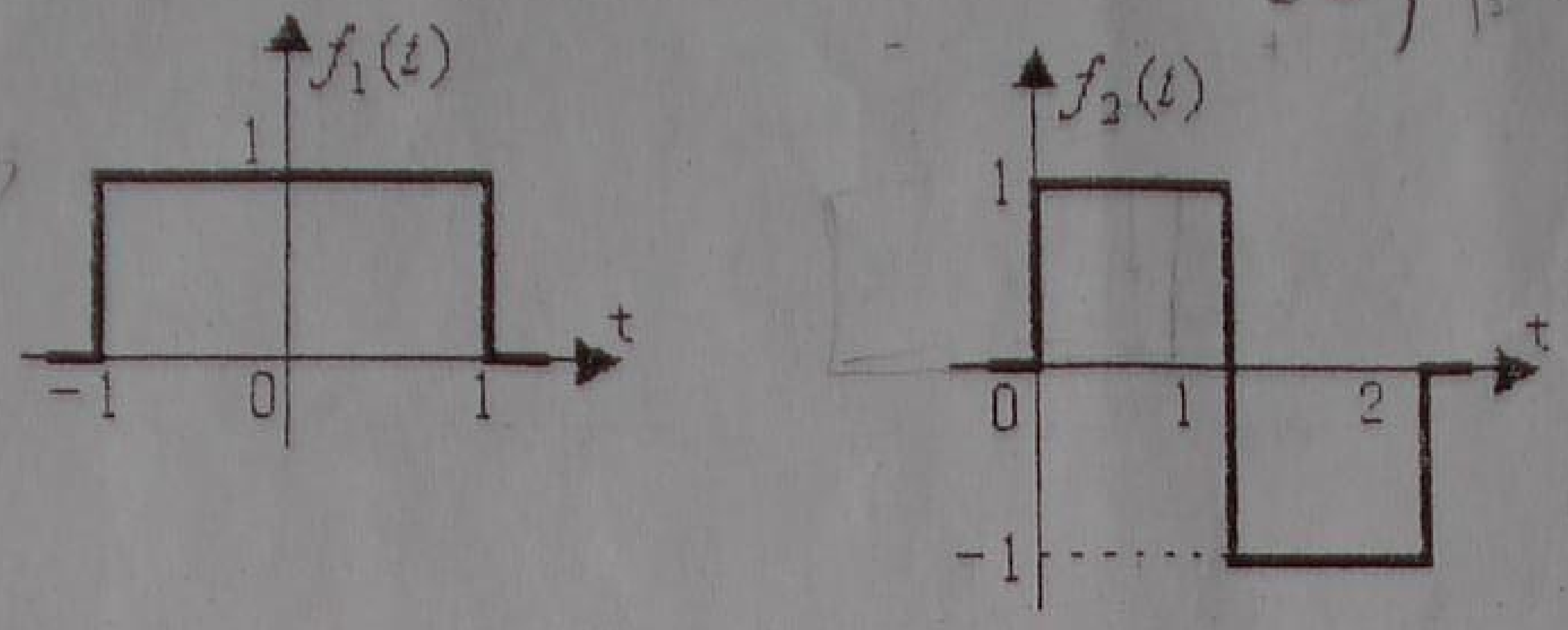
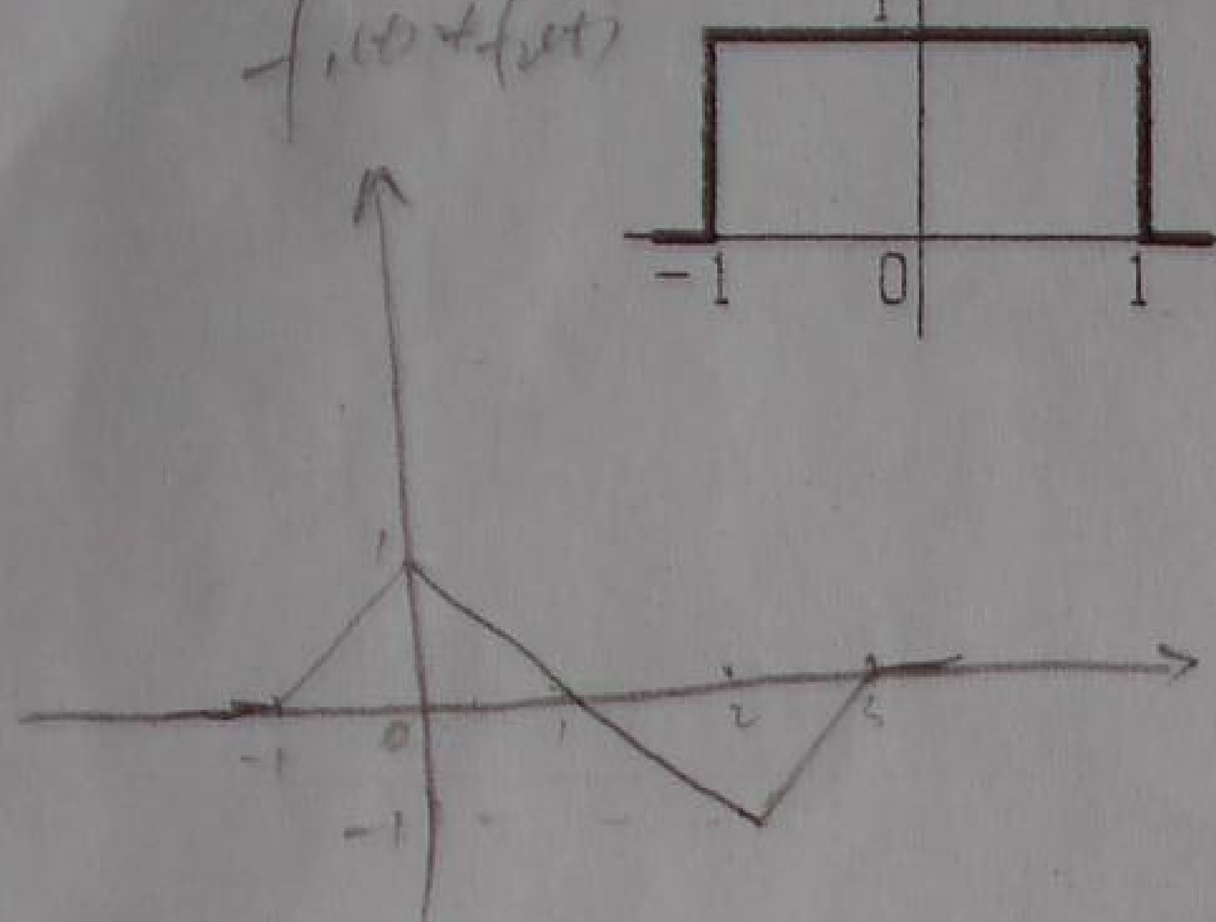


图 4



① 当 $t<-1$ 时，$I=0$

② 当 $-1\le t<0$ 时 $I=\int_0^{1+t}d\tau=1+t$

③ 当 $0\le t<1$ $I=\int_0^1 d\tau+\int_1^{1+t}-1d\tau=1-t$

④ 当 $1\le t<2$ $I=\int_{t-1}^1 d\tau+\int_1^2-1d\tau=1-t$

⑤ $2\le t\le 3$ 时 $I=\int_{t-1}^2-1d\tau=t-3$

⑥ 其 $t>3$ 时 $I=0$

四、（10 分）已知 $f(t)$ 的波形如图 5，计算其频谱。

$f(t)=(t+2)[u(t+2)-u(t+1)]+2[u(t+1)-u(t-1)]+(t+2)[u(t-1)-u(t-2)]$

$f'(t)=2[u(t+2)-u(t+1)]-2[u(t-1)-u(t-2)]$

$F(\omega)=2e^{-j\frac{3}{2}\omega}Sa\frac{\omega}{2}-2e^{j\frac{3}{2}\omega}Sa\frac{\omega}{2}+2e^{j\omega}-2e^{-j\omega}$

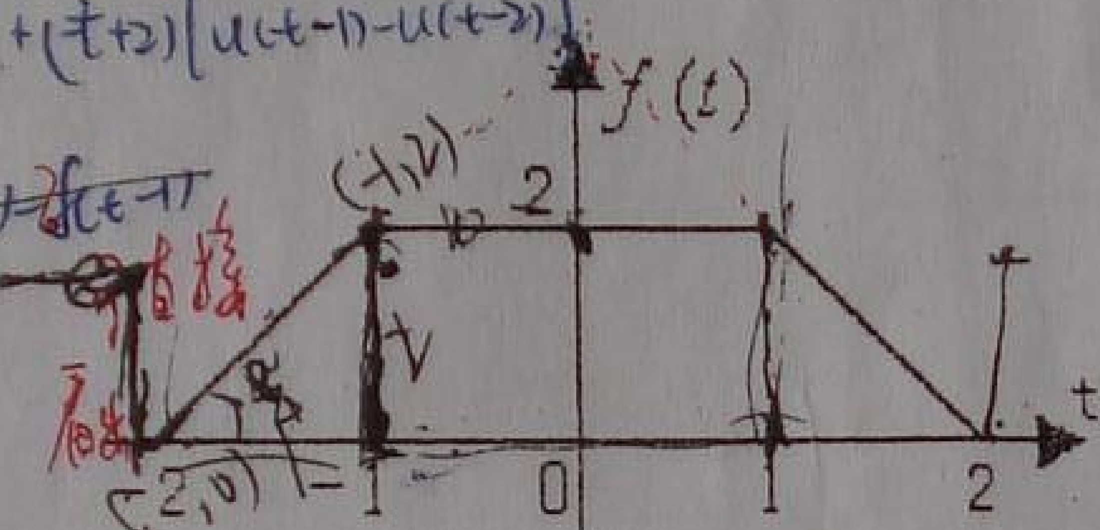
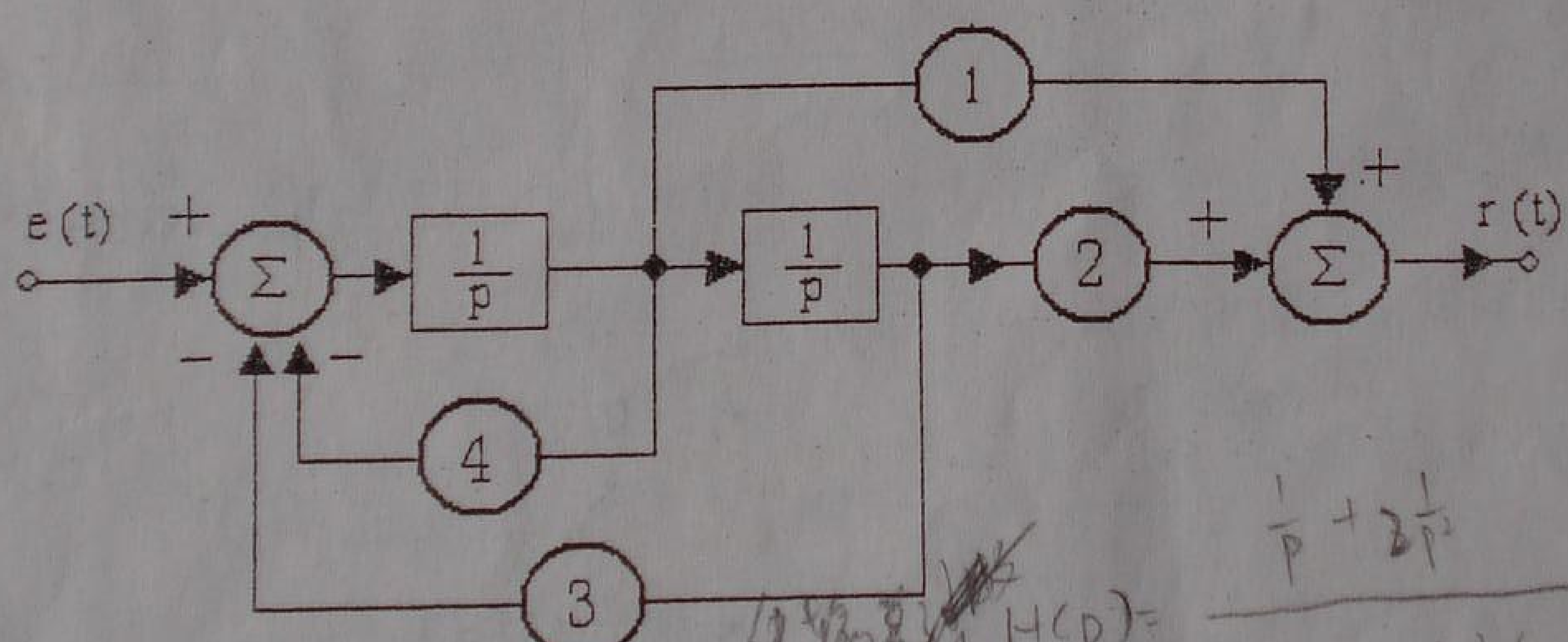


图 5

$F(\omega)=-6Sa\frac{3}{2}\omega\cdot Sa\frac{\omega}{2}$

五、（13 分）已知某系统的模拟图如图 6 所示，



传输算子 $H(p)=\dfrac{\frac{1}{p}+2\frac{1}{p^2}}{1+4/p+3/p^2}=\dfrac{p+2}{p^2+4p+3}$

图 6

要求：1. 写出其输入—输出方程；

方程：$\dfrac{d^2r(t)}{dt^2}+4\dfrac{dr(t)}{dt}+3r(t)=\dfrac{de(t)}{dt}+2e(t)$

2. 计算冲激响应 $h(t)$；

由传输算子可知系统函数 $H(s)=\dfrac{s+2}{s^2+4s+3}=\dfrac{\frac{1}{2}}{s+3}+\dfrac{\frac{1}{2}}{s+1}$

3. 计算单位阶跃响应 $g(t)$。

$\therefore h(t)=\frac{1}{2}(e^{-3t}+e^{-t})u(t)$

$g(t)=\int_{-\infty}^t h(\tau)d\tau=\frac{1}{2}\int_0^t(e^{-3\tau}+e^{-\tau})d\tau=(\frac{2}{3}-\frac{1}{6}$

或由 $G(s)=\frac{1}{s}H(s)=\dfrac{s+2}{s(s+3)(s+1)}=\dfrac{\frac{2}{3}}{s}+\dfrac{-\frac{1}{6}}{s+3}+\dfrac{-\frac{1}{2}}{s+1}$

$g(t)=(\frac{2}{3}-\frac{1}{6}e^{-3t}-\frac{1}{2}e^{-t})u(t)$

六、（15 分）图 7 所示中，$e(t)$ 是输入，$u_0(t)$ 是输出。

要求：

1. 计算其传递函数 $H(s)$；

$1.\ H(s)=\frac{U_0(s)}{E(s)}=\frac{\frac{1}{\frac{1}{s}+4s+\frac{1}{4}}}{4+\frac{1}{\frac{1}{s}+4s+\frac{1}{4}}}=\frac{s}{16s^2+2s+4}$

2. 画出信号流图；

3. 如 $e(t)=16\sin tu(t)$，

   求其零状态响应，并指出自由响应和强迫响应。

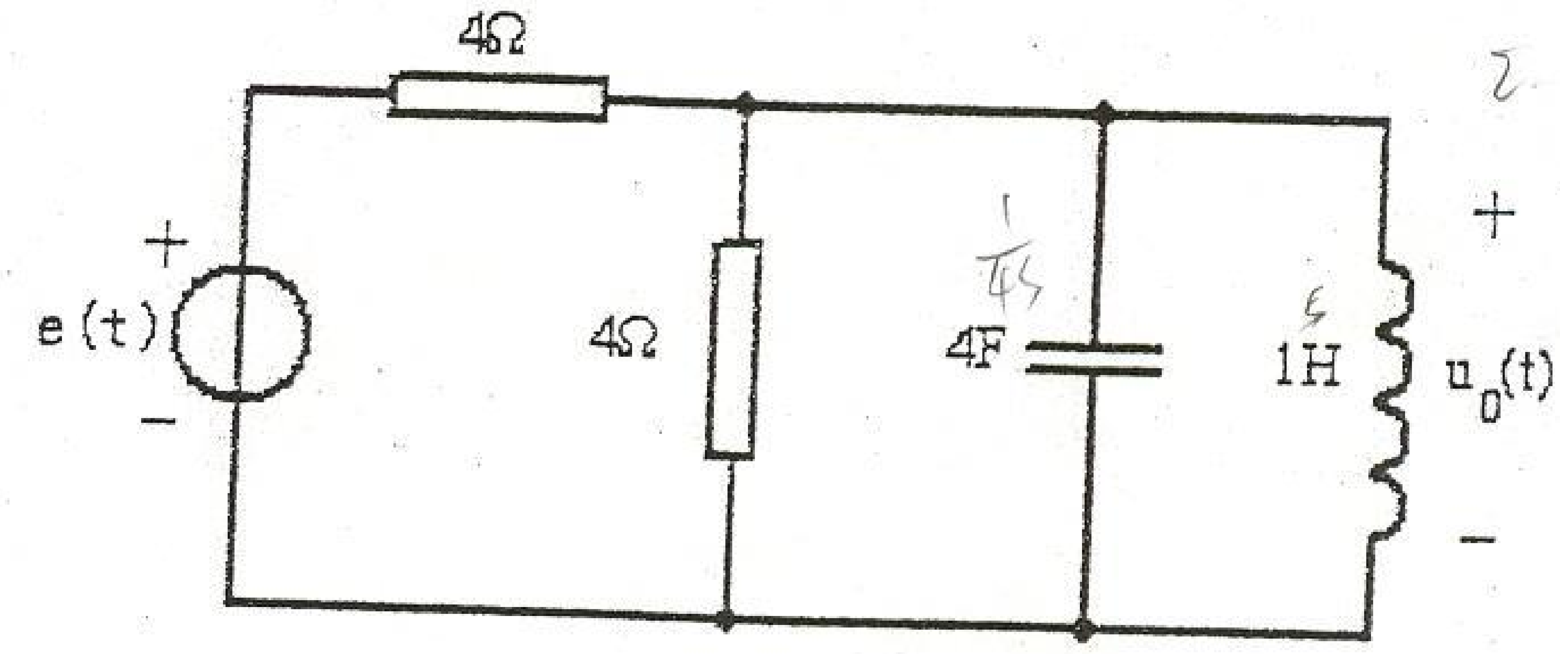
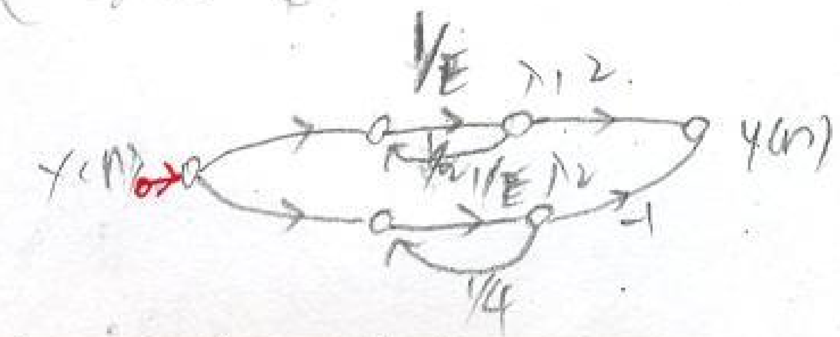


图 7

七、（10 分）已知系统函数为 $H(z)=\dfrac{z}{z^2-\frac{3}{4}z+\frac{1}{8}}$，用并联结构形式实现。要求：1. 画出信号流图；

2. 写出系统的状态方程。

$=\frac{z}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})}=\frac{2}{z-\frac{1}{2}}+\frac{-1}{z-\frac{1}{4}}$



$\lambda_1(n+1)=\frac{1}{2}\lambda_1+x(n)$

$\lambda_2(n+1)=\frac{1}{4}\lambda_2+x(n)$

八、（10 分）已知离散系统的状态方程为

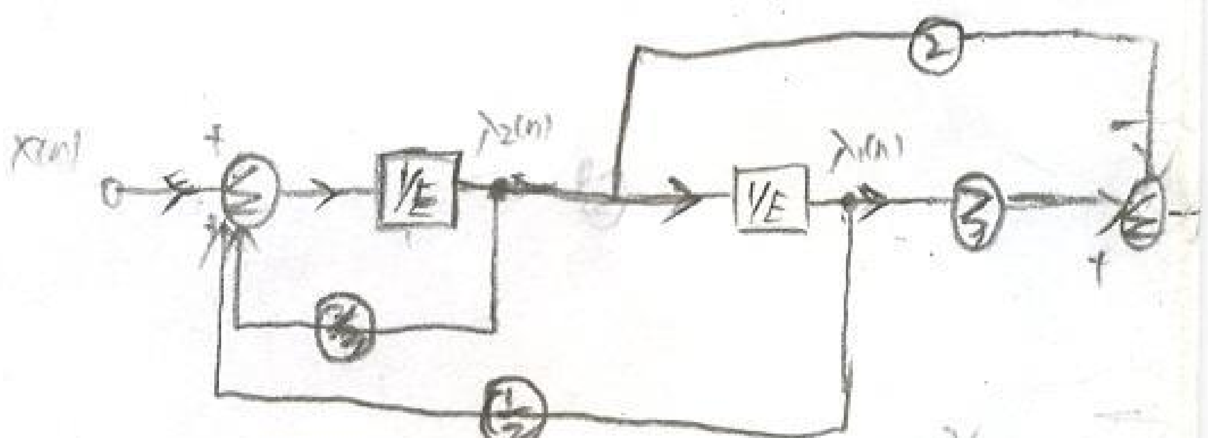
$$\lambda(n+1)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ \frac{1}{2} & \frac{2}{3}\end{bmatrix}\lambda(n)+\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}x(n)$$

$$y(n)=\begin{bmatrix}3 & -2\end{bmatrix}\lambda(n)$$

$\lambda_1(n+1)=\lambda_2(n)$

$\lambda_2(n+1)=\frac{1}{2}\lambda_1(n)+\frac{2}{3}\lambda_2(n)+x(n)$

$y(n)=3\lambda_1(n)-2\lambda_2(n)$



要求：1. 画出系统模拟图；

2. 计算系统函数 $H(z)$。

$y(n+1)=3\lambda_1(n+1)-2\lambda_2(n+1)$

$=3\lambda_2(n)-\lambda_1(n)-\frac{4}{3}\lambda_2(n)-2x(n)$

$y(n+2)=\frac{5}{3}\lambda_2(n+1)-\lambda_1(n+1)-2x(n+1)$

$H(z)=\frac{-2z^{-1}+3z^{-2}}{1-\frac{2}{3}z^{-1}-\frac{1}{2}z^{-2}}=$

九、（12 分）已知系统的方框图如图 8，

要求：1. 写出差分方程；$x(n)+x(n-1)=y(n)$

2. 计算单位样值响应 $h(n)$；$H(z)=1+z^{-1}$

$h(n)=\delta(n)+\delta(n-1)$

3. 计算系统的频率响应 $H(e^{j\omega})$；

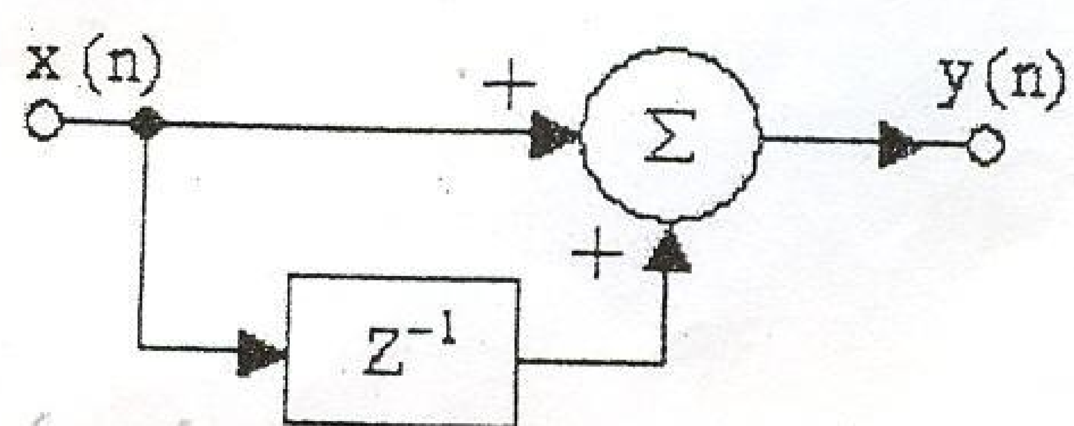


图 8

$H(e^{j\omega})=1+e^{-j\omega}=1+\cos w-j\sin w=2\cos^2\frac{w}{2}-j2\sin\frac{w}{2}\cos\frac{w}{2}$

4. 画出幅度响应 $|H(e^{j\omega})|$ 和相位响应 $\varphi(\omega)$。

$|H(e^{jw})|=\sqrt{(1+\cos w)^2+\sin^2 w}=\sqrt{2+2\cos w}=2\cos\frac{w}{2}$

$\tan\varphi(w)=\frac{\sin w}{1+\cos w}$

$\varphi(w)=\arctan\frac{\sin w}{1+\cos w}$

$\varphi(w)=-\frac{w}{2}$