杭 州 电 子 工 业 学 院

2004 年攻读硕士学位研究生入学考试

《信号与系统》试题

（试卷共十二大题，3 页）

一、（12 分）已知 $f(t)$ 的波形如图 1，要求：

1. 用一个函数公式写出 $f(t)$ 的表达式；

2. 画出 $f'(t)$ 的波形并写出其表达式；

3. 画出 $f_e(t)$ 和 $f_o(t)$ 的波形。

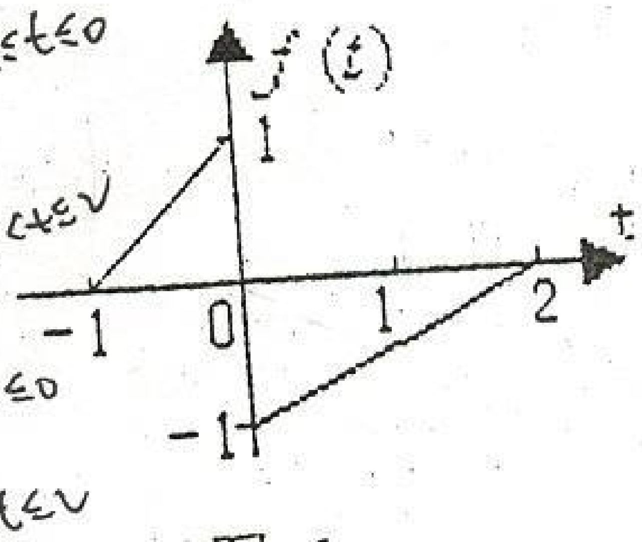


图 1

二、（14 分）图 2 电路中，电压源 $u_s(t)$ 为输入，分别列出 $i(t)$ 和 $u_c(t)$ 的微分方程。

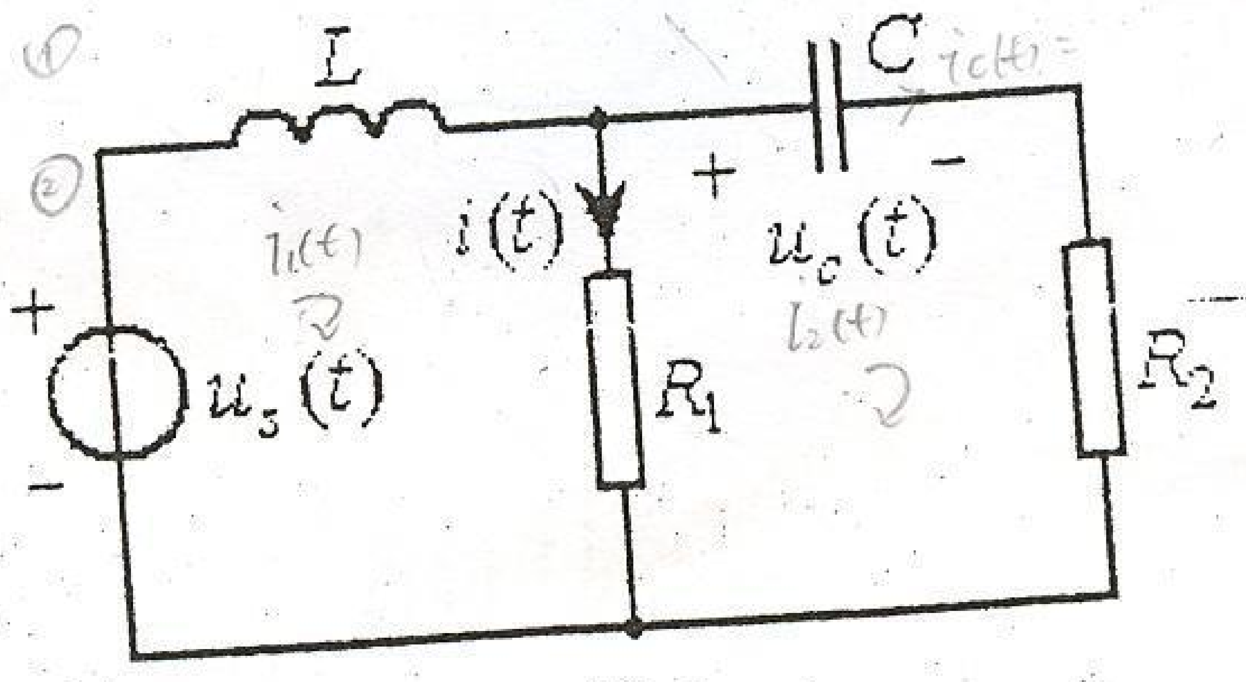


图 2

三、（10 分）已知 $f_1(t) = e^{-t}[u(t) - u(t-2)], f_2(t) = u(t) - u(t-1)$

用卷积公式 $f(t) = \int_{\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau$ 计算 $f(t)$。

四、（第一小题 6 分，第二小题 8 分，共 14 分）

1. 已知 $f(t) = e^{-6t+4} u(3t-2)$，计算 $f(t)$ 的频谱 $F(\omega)$；

2. 已知 $f(t)$ 的频谱 $F(\omega) = 4\pi\delta(\omega) + \dfrac{4}{j\omega - 2 - \omega^2}$，求 $f(t)$。

五、(每小题 6 分,共 12 分)

$1-e^{-3t} \to \frac{1}{s}-\frac{1}{s+3}=\frac{s+2}{s+3}$

1. 已知 $f(t)=\frac{1}{t}(1-e^{-3t})$，求 $F(s)$：

$F(s)=\int_s^{\infty}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+3}\right)ds=\ln\frac{s}{s+3}\Big|_s^{\infty}=\ln\frac{s+3}{s}$

2. 已知 $X(z)=\dfrac{-3z}{2z^2-5z+2}$ $\left(\frac{1}{2}<|z|<2\right)$，求 $x(n)$。 $u(-t)$

$=\frac{-3z}{(2z-1)(z-2)}=\frac{z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{-z}{z-2}$ $x(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)+(2)^n u(-n-1)$

六、(14 分) 已知系统方程为 $r''(t)+4r'(t)+3r(t)=e'(t)+3e(t)$ $H(s)=\frac{s+3}{s^2+4s+3}=\frac{s+3}{(s+3)(s+1)}=\frac{1}{s+1}$

当 $e(t)=e^{-t}u(t)$ 时,解为 $r(t)=(t+2)e^{-t}u(t)+e^{-3t}u(t)$

1. 求系统函数 $H(s)$；

2. 求零输入相应 $r_{zi}(t)$ 和零状态相应 $r_{zs}(t)$；

$r_{zi}(t)=C_1e^{-t}+C_2e^{-3t}=2e^{-t}u(t)+e^{-3t}u(t)$

$r_{zs}(t)=r(t)-r_{zi}(t)=te^{-t}u(t)$

3. 求 $r(0_+)$ 和 $r'(0_+)$ 的值。

$r(0_+)=2+1=3$

$r'(0_+)=-2-3=-4$

七、(每小题 6 分,共 12 分)

1. 证明：$\frac{d}{dt}[f_1(t)*f_2(t)]=f_2(t)*\frac{df_1(t)}{dt}$；

$\frac{d}{dt}\int_{-\infty}^{\infty}f_1(\tau)f_2(t-\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{\infty}f_1(\tau)\frac{df_2(t-\tau)}{dt}d\tau=f_1(t)*\frac{df_2(t)}{dt}$

2. 证明：一个信号的平均功率等于直流功率与交流功率之和。

$f(t)=f_D+f_A(t)$

$P=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f^2(t)dt=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}[f_D+f_A(t)]^2dt=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}[f_D^2+2f_Df_A(t)+f_A^2(t)]dt=f_D^2+\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f_A^2(t)dt$

八、(12 分) 图 3 电路中

1. 求电压转移函数 $H(s)=\dfrac{V_2(s)}{V_1(s)}$； $=\frac{sL_2+R_2}{sL_1+R_1+sL_2+R_2}$

2. 为得到无失真传输, R_1, R_2, L_1, L_2 应满足何关系？

$H(s)=\frac{L_2s+R_2}{(L_1+L_2)s+R_1+R_2}\Big|_{s=j\omega}=\frac{L_2j\omega+R_2}{(L_1+L_2)j\omega+R_1+R_2}$

$|H(j\omega)|=\sqrt{\frac{(\omega L_2)^2+R_2^2}{\omega^2(L_1+L_2)^2+(R_1+R_2)^2}}=C$

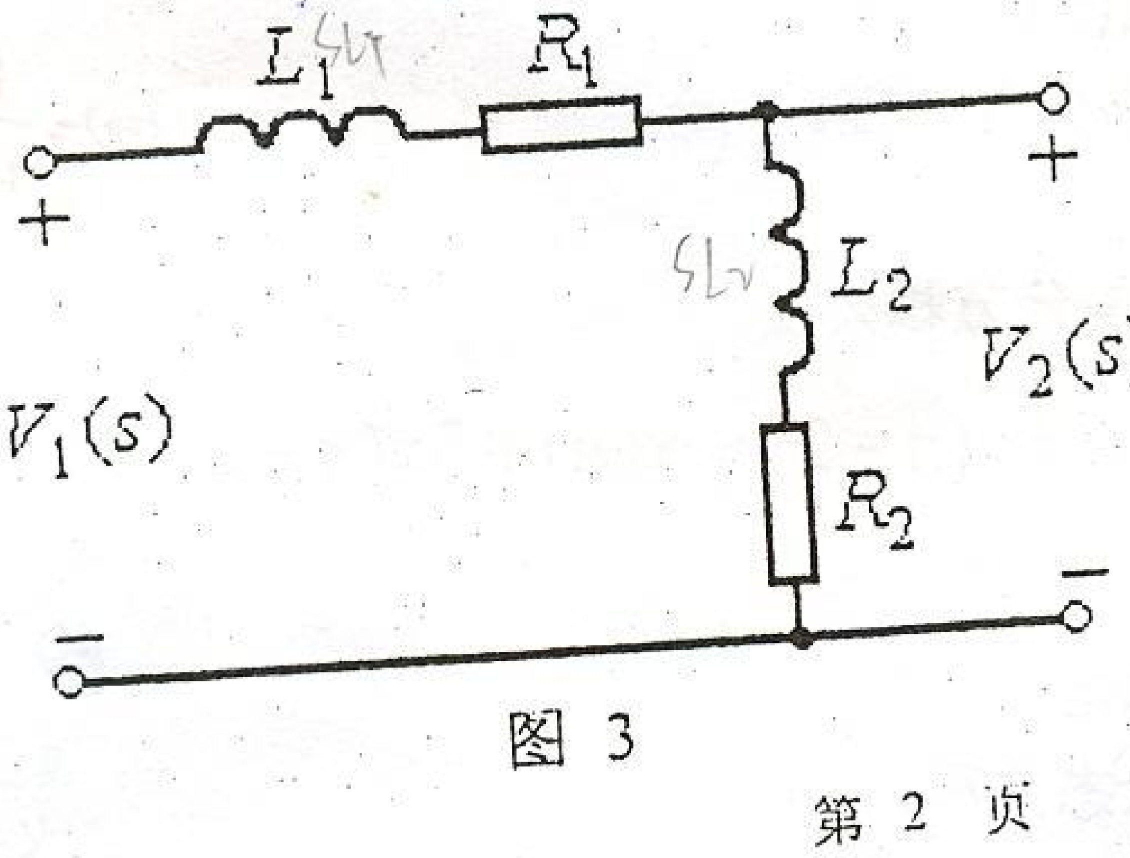


图 3

$C^2(L_1+L_2)^2=L_2^2$ 则 $L_2=C(L_1+L_2)$

$C^2(R_1+R_2)^2=R_2^2$ $R_2=C(R_1+R_2)$

$\therefore R_2L_1=L_2R_1$

2. 幅度

H$(e^{j\omega})$ 来算

5. $H(j\omega)$

$|aj+b|=\sqrt{a^2+b^2}$

$\left|\frac{cj+d}{aj+b}\right|=\left|\frac{(cj+d)(aj-b)}{(aj+b)(aj-b)}\right|=\left|\frac{\quad}{a^2-b^2}\right|$

$X_1(z)=\frac{z}{z-1}$

九、（12 分）线性时不变离散系统,当输入 $x_1(n)=u(n)$ 时,输出为

$Y_1(z)=-\frac{z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{z}{z-1}$　　$X_2(z)=\frac{2z}{z-1}$

$$y_1(n)=[-(\frac{1}{2})^n+1]u(n)$$；当输入 $x_2(n)=2u(n)$ 时,输出为

$Y_2(z)=-\frac{z}{z-\frac{1}{3}}+\frac{z}{z-1}$

$$y_2(n)=[-(\frac{1}{3})^n+1]u(n)$$。求系统的单位样值相应 $h(n)$。

$Y(z)=X(z)H(z)+Y_0(z)$

$H(z)\cdot\frac{z}{z-1}+Y_0(z)=-\frac{z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{z}{z-1}$

$H(z)\cdot\frac{2z}{z-1}+Y_0(z)=-\frac{z}{z-\frac{1}{3}}+\frac{z}{z-1}$

$H(z)=\frac{-\frac{2}{3}z}{z-\frac{1}{3}}+\frac{\frac{1}{6}z}{z-\frac{1}{2}}$　　$h(n)=[-\frac{2}{3}(\frac{1}{3})^n+\frac{1}{6}$

十、（12 分）已知系统的方框图如图 4, 要求：

1. 写出输入-输出方程；$x(n)+\frac{1}{6}y(n-2)+\frac{1}{6}y(n-1)=y(n)$
2. 计算系统函数 $H(z)$；$-\frac{1}{6}y(n-2)-\frac{1}{6}y(n-1)+y(n)=x(n)$
3. 判断系统的稳定性。

$Y(z)-\frac{1}{6}z^{-1}Y(z)-\frac{1}{6}z^{-2}Y(z)=X(z)$

$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{z^2}{z^2-\frac{1}{6}z-\frac{1}{6}}$

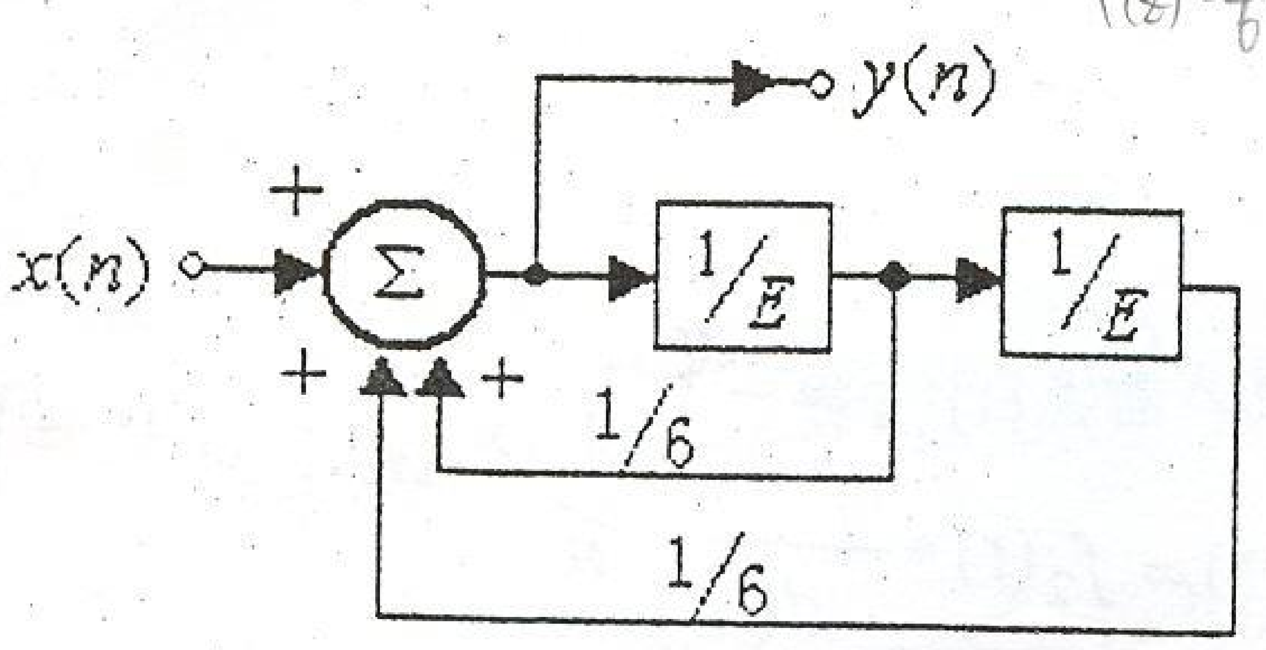


图 4

极点 $z_1=\frac{1}{2}$　$z_2=-\frac{1}{3}$　　在单位圆内 系统稳定

均在单位圆内 ∴ 稳定

十一、（13 分）已知系统的状态方程为

$$\dot{\lambda}(t)=\begin{bmatrix}-3 & 1\\ -2 & 0\end{bmatrix}\lambda(t)+\begin{bmatrix}4\\ 1\end{bmatrix}e(t)$$

$$r(t)=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\lambda(t)$$

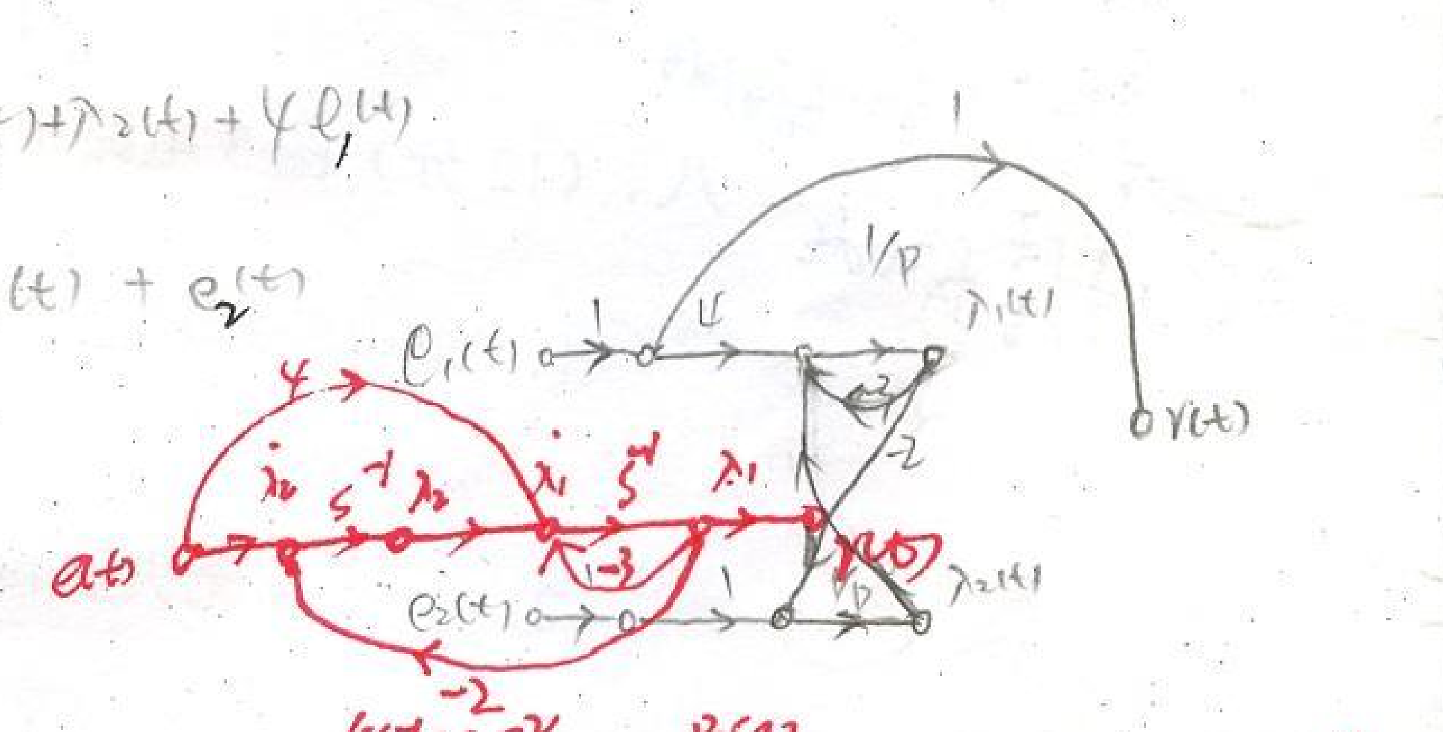
$\dot{\lambda}_1(t)=-3\lambda_1(t)+\lambda_2(t)+4e_1(t)$

$\dot{\lambda}_2(t)=-2\lambda_1(t)+e_2(t)$

$r(t)=\lambda_1(t)$

要求：

1. 画出信号流图；
2. 写出输入-输出微分方程。　$e_1(t)=r(t)$



$H(s)=\frac{4s^{-1}+s^{-2}}{1+3s^{-1}+2s^{-2}}=\frac{R(s)}{E(s)}$

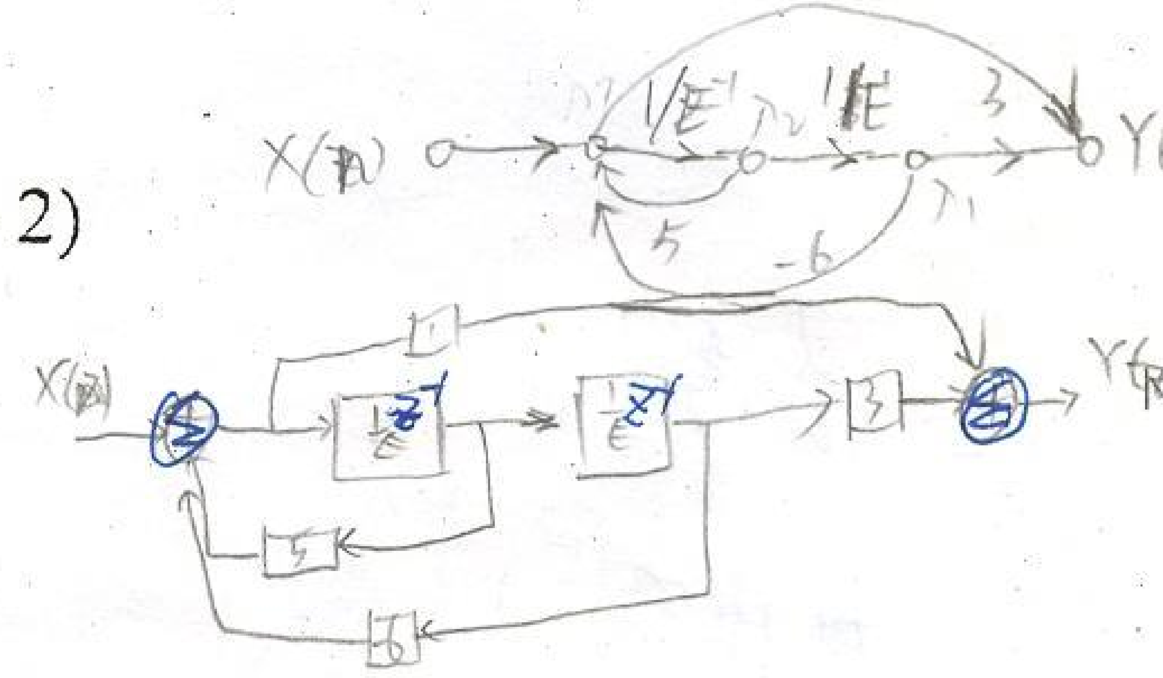
十二、（13 分）已知系统的差分方程为

$$y(n)-5y(n-1)+6y(n-2)=x(n)+3x(n-2)$$

$H(z)=\frac{1+3z^{-2}}{1-5z^{-1}+6z^{-2}}$

要求：

1. 画出模拟图和信号流图；
2. 写出系统的状态方程。



$\lambda_1(n+1)=\lambda_2(n)$

$\lambda_2(n+1)=x(n)+5\lambda_2(n)-6\lambda_1(n)$

$y(n)=3\lambda_1(n)+x(n)-6\lambda_1(n)+5\lambda_2(n)$

$=-3\lambda_1(n)+5\lambda_2(n)+x(n)$