

杭 州 师 范 学 院

2006 年攻读硕士学位研究生入学考试题

学科专业： 凝聚态物理

研究方向： _____

考试科目： 量子力学

说明：1、命题时请按有关说明填写清楚、完整；

2、命题时试题不得超过周围边框；

3、考生答题时一律写在答题纸上，否则漏批责任自负；

4、

5、

一、简答题（每题 8 分共 48 分）

1、什么是光的波粒二象性？什么是微观粒子的波粒二象性？并举例说明。

2、叙述量子力学中描述微观粒子状态的波函数的统计解释，并说明波函数应满足的条件。

3、写出量子力学薛定谔方程和定态薛定谔方程，并从定态薛定谔方程的解出发构造薛定谔方程的一般解的表达形式。

4、叙述什么是量子力学中的隧道效应。

5、简述厄米算符的定义，并证明厄米算符的本征值为实数。

6、设两力学量算符 \hat{A}, \hat{B} 满足对易关系 $[\hat{A}, \hat{B}] = i\hat{C}$ ，写出力学量 A 和 B 的测不准关系式。并以坐标和动量为例说明测不准关系的物理意义。

7、量子力学中处理弹性散射问题常用的两种方法是分波法和波恩近似，叙述两种方法的适用范围。

8、叙述什么是玻色子什么是费米子，两类粒子各服从什么统计规律？

二、计算题 102 分

1、一维运动的粒子处于如下波函数所描述的状态：

$$\varphi(x) = \begin{cases} Axe^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

式中 $\lambda > 0$ ，(1) 求波函数的归一化常数 A；(2) 求粒子的概率密度分布函数；(3) 在何处发现粒子的概率最大？(21 分)

2、设 $\psi_{nlm} = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi)$ 为氢原子的能量为 $E_n = -e^2 / 2an^2$ 定态波函数，当 $t=0$ 时氢原子处于状态

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{\sqrt{5}}{3}\psi_{100} - \frac{1}{3}\psi_{210} + \frac{\sqrt{3}}{3}\psi_{211},$$

求氢原子此时能量、角动量平方和角动量 z 分量的可能值，这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。(20 分)

3, 在某表象中, 一量子力学体系的哈密顿算符对应的矩阵为:

$$H = \begin{pmatrix} a & c \\ c & b \end{pmatrix},$$

其中 a 、 b 和 c 为已知常数, (1) 求解 H 的本征值; (2) 当 $a=4, b=2, c=1$ 时, 求各本征值对应的归一化本征态。(16 分)

4, 质量为 m 的粒子在二维无限深势井中运动, $0 \leq x, y \leq \pi$, 井内有一微扰势能,

$$V(x, y) = \lambda \cos x \cos y$$

(1), 写出 $\lambda = 0$ 时, 基态和第一激发态的能量的本征值和相应的本征函数。(10 分)

(2), λ 很小时, 求第一激发态能量 (到一级近似)。(10 分)

5, 两个自旋为 $1/2$, 质量为 m 的无相互作用的全同费米子处在线性谐振子势场中, 求出体系的基态和第一激发态的能量本征值和本征函数, 指出简并度。(15 分)。[单粒子能级及本征函数 (空间部分) 为:

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega, \quad \psi_n = N_n e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2} H_n(\alpha x)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots]$$

6, 在超弦尺度下空间为非对易空间, 如 2 维非对易空间不仅坐标算符 (\hat{X}, \hat{Y}) 与动量算符 (\hat{P}_x, \hat{P}_y)

不对易, 而且坐标--坐标之间以及动量--动量之间也不对易, 已知 $\hat{X}, \hat{Y}, \hat{P}_x, \hat{P}_y$ 与对易空间量子力

学中的坐标 (x, y) 和动量 (p_x, p_y) 之间的关系为:

$$\hat{X} = \alpha x - \frac{\theta}{2\hbar\alpha} p_y, \quad \hat{Y} = \alpha y + \frac{\theta}{2\hbar\alpha} p_x$$

$$\hat{P}_x = \alpha p_x + \frac{\bar{\theta}}{2\hbar\alpha} p_y, \quad \hat{P}_y = \alpha p_y - \frac{\bar{\theta}}{2\hbar\alpha} p_x$$

式中 $\alpha, \theta, \bar{\theta}$ 是与能量尺度有关的常数。

(1), 求出对易关系 $[\hat{X}, \hat{Y}]$ 和 $[\hat{P}_x, \hat{P}_y]$ 。(5 分)

(2), 若 $[\hat{X}, \hat{P}_x] = [\hat{Y}, \hat{P}_y] = i\hbar$, 试求三个参数 $\alpha, \theta, \bar{\theta}$ 之间满足的关系。(5 分)