

杭州师范学院

2006 年攻读硕士学位研究生入学考试题

学科专业: 基础数学、应用数学

研究方向: _____

考试科目: 高等代数

一、(25分)

1) 已知 $f(x), g(x) \in Z[x]$, $g(x)$ 是本原多项式, 又 $f(x) = g(x)h(x)$, 则 $h(x) \in Z[x]$ 。

2) 求证, 多项式 $f(x) = x^6 + x^3 + 1$ 在有理数域 Q 上不可约。

二、(20分)

计算行列式

$$D = \begin{vmatrix} 1-a_1 & a_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 1-a_2 & a_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 1-a_3 & a_4 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & 0 & -1 & 1-a_{n-1} & a_n \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 1-a_n \end{vmatrix}.$$

三、(20分)

$$\text{求矩阵 } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ 的逆。}$$

四、(20分)

k 为何值时, 二次型 $q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + 2kx_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$ 是正定的?

五、(20分)

n 维向量空间 V 的任意一个子空间都是某一含 n 个未知量的齐次线性方程组的解空间。

六、(25分)

σ 是向量空间 F_4 上的线性变换, 对于任意 $(x_1, x_2, x_3, x_4) \in F_4$,

有 $\sigma(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4, x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4, 3x_1 - x_2 + 8x_3 + x_4, x_1 + 3x_2 - 9x_3 + 7x_4)$;

求线性变换 σ 的像 $\text{Im}(\sigma)$ 和核 $\text{Ker}(\sigma)$ 的基与维数。

七、(20分) 已知 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, 求一个矩阵 B , 使 $A = B^2$ 。(提示: 利用 A 的特征根、特征向量)