

杭 州 师 范 大 学

2009 年招收攻读硕士研究生入学考试题

考试科目代码： 715

考试科目名称： 量子力学

- 说明：1、命题时请按有关说明填写清楚、完整；
2、命题时试题不得超过周围边框；
3、考生答题时一律写在答题纸上，否则漏批责任自负；
4、
5、

一、填空题（每空 3 分共 60 分）

- 1, 量子力学中力学量算符必须是_____算符，以保证它的本征值为_____数。对量子体系某一个力学量进行测量时，所测到的值肯定是_____中的某一个，测量结果一般是不确定的，除非体系处于_____。测量结果的不确定性来源于_____。两个力学量同时具有确定值的条件是_____。
- 2, 在量子力学中，一个力学量是否守恒取决于该力学量是否与体系_____对易，而与体系所处的_____无关；一个力学量是否具有确定值只取决于体系的_____，于力学量是否守恒_____关。
- 3, 量子力学中的薛定谔方程的形式为_____，定态薛定谔方程为_____，从定态的解出发构造薛定谔方程的一般解的表达形式为_____。
- 4, 量子力学中若采用 A 表象，指的是取力学量算符 A 的_____作为希尔伯特空间的基矢量，任何态矢量可以按这个基矢量_____；任何其他力学量算符在此表象中可以表示成_____。
- 5, 自旋为整数的粒子称为_____自旋为半整数的粒子称为_____它们分别服从_____统计和_____统计。

二、计算题（90 分）

- 1, 设粒子在一维无限深势阱

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & x < 0, x > a \end{cases}$$

中运动，(1)，粒子能量的本征值本征函数以及概率分布函数（8 分）；(2)，若在此

杭州师范大学硕士研究生入学考试命题纸

系统下粒子的状态波函数为 $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \frac{\pi x}{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \frac{3\pi x}{a}$, 求在此状态下能量的可能值和相应的几率。(8 分)

- 2, 设 $|nlm\rangle$ 为氢原子的能量为 E_n 的定态波函数, l, n 分别为角量子数和磁量子数, 当氢原子处于状态

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} (|100\rangle + \sqrt{2}|210\rangle + \sqrt{2}|211\rangle + \sqrt{3}|21-1\rangle)$$

求氢原子此时能量、角动量平方和角动量 z 分量的可能值, 这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。(18 分)

- 3, 设一量子体系的 Hamilton 量为 H :

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

求静态能量的本征值和本征矢量 (等价于求解矩阵 H 的本征值和本征矢量) (14 分)。

- 4, 已知 $(\sigma \cdot \hat{A})(\sigma \cdot \hat{B}) = \hat{A} \cdot \hat{B} + i\sigma \cdot (\hat{A} \times \hat{B})$, 其中 \hat{A} 和 \hat{B} 是与 Pauli 矩阵 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 对易的任意两个矢量算符。试证明:

$$(1) (\sigma \cdot \hat{p})^2 = \hat{p}^2 \quad (6 \text{ 分}); \quad (2) (\sigma \cdot \hat{L})^2 = \hat{L}^2 - \hbar \sigma \cdot \hat{L} \quad (6 \text{ 分})$$

- 5, 设一量子体系的 Hamilton 量为 $H=H_0+H'$, 其中:

$$H_0 = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix}, \quad H' = \begin{pmatrix} \varepsilon & 2\varepsilon & 3\varepsilon \\ 2\varepsilon & \varepsilon & 2\varepsilon \\ 3\varepsilon & 2\varepsilon & \varepsilon \end{pmatrix}$$

$0 < \varepsilon \ll 1, E_1 \neq E_2 \neq E_3$, 求在二级近似下的能量本征值。(15 分)

- 6, 一个量子力学体系具有下列单粒子能量本征态:

$$\varphi_a(x), \varphi_b(x), \varphi_c(x) \cdots; \text{ 对应能级 } e_a < e_b < e_c < \cdots$$

两个无相互作用粒子置于该体系中, 在以下两种情况下求出该两粒子体系的基态和第一激发态的能量本征值和本征函数, 指出简并度。

- (1) 两个自旋为 $1/2$ 的可区分粒子 (8 分),
(2) 两个自旋为 $1/2$ 的全同粒子 (7 分)。